

УДК 004.942:658.51:519.863 (045)

А. І. Кузьмичов, канд. техн. наук

ПЛАНУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ЗАСОБАМИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ MS EXCEL

Академія муніципального управління, akuzmychov@mail.ru

На конкретних прикладах показано сучасну техніку організації оптимізаційних обчислень для задачі багатоперіодного планування в середовищі табличного процесора MS Excel та прийняття управлінських рішень на цій основі.

Вступ. На відміну від статичних, незалежних від часу моделей задач оптимізації, динамічні моделі описують економічні чи організаційні процеси чи системи в русі, в динаміці, тобто залежно від часових періодів, що були, є чи будуть. Динамічні моделі дозволяють прогнозувати розвиток процесу надалі, щоб уже тепер мати уявлення про його результати і відповідним чином зреагувати на певні наслідки цього розвитку вже сьогодні [1; 2].

Динамічне моделювання – організація багатокрокового процесу, де кожен крок відповідає поведінці системи у певний часовий період. Кожен поточний i -й крок отримує результати попереднього ($i - 1$)-го кроку, далі за певними правилами визначається i -й результат і формуються вхідні дані для наступного ($i + 1$)-го кроку. Отже, досить складний процес динамічного моделювання на весь період (горизонт) планування T , що складається з N окремих кроків-періодів, асоціюється з фільмом, складеним з окремих моментальних кадрів, де кожен з кадрів відповідає певному "моменту" (періоду), а плавність переходу між кадрами забезпечується збереженням збалансованості і спадковості кроків [4 – 6].

1. Динамічна модель управління потоком продукції "виробництво–зберігання".

Одна з найважливіших ознак сучасної економіки на всіх рівнях управління – динамічність – визначається реалізацією потоків ресурсів різного призначення (матеріальних, людських чи фінансових) протягом визначеного періоду планування. Скажімо, на виробництві мова йде про визначення планів виробництва із врахуванням витрат на технологічний процес та супроводження продукції, зокрема її зберігання. У фінансовій сфері інвестиційні потоки матеріалізуються у прирості основних фондів та потужностей, а будь-який приріст, у свою чергу, передбачає взаємодію певних показників на попередніх та наступних часових періодах, тобто динаміку відповідних економічних процесів.

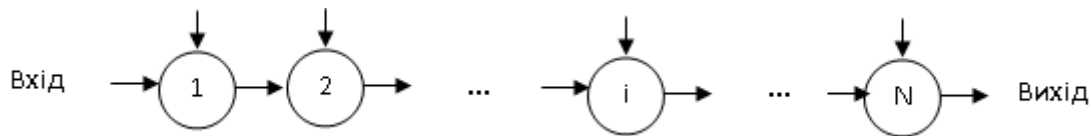
Динамічний характер економічних чи організаційно-управлінських процесів потребує зведення майбутніх капітальних та інших витрат до поточних за допомогою коефіцієнтів дисконтування. Одночасно динаміка вимагає врахування інших специфічних фінансових потоків та непрямих економічних зв'язків на рівні балансових розрахунків. Отже, динамічний процес має бути збалансованим і оптимальним – у цьому специфіка ринкових відносин, коли підприємство (фірма, компанія, галузь) прагне отримати максимальний прибуток чи максимально задовольнити ринковий попит за обсягом, структурою чи якістю із врахуванням ресурсних або часових обмежень чи довести до мінімуму втрати, що супроводжують цей процес. Дослідження цієї проблеми визначає необхідність побудови відповідної економіко-математичної моделі, бо саме комп'ютерним моделюванням можна своєчасно визначити оптимальний варіант управління відповідними, наприклад, продуктовими чи фінансовими потоками, щоб його реалізувати у наступному бізнес-плануванні.

Класичні задачі оптимізації локалізовані у часі, бо обмежуються одним часовим періодом. Відповідні моделі називають *статичними*, оскільки час входить лише як певна одиниця виміру чи ресурс, наприклад, тривалість транспортування, продуктивність машини, кількість людино–годин.

Графічна модель типу “вхід-вихід” для таких задач складається з трьох компонент у вигляді ланцюжка: вхід → процес → вихід, що утворює виокремлений об’єкт-подію:



На відміну від них *динамічні* моделі охоплюють кілька часових періодів, що є більш реалістичним відображенням дійсності, бо досить часто менеджеру треба приймати рішення саме залежно від часу, адже рішення, прийняті раніше, суттєво впливають на наступні рішення. Саме тому залежність прийняття рішень від часу робить динамічне моделювання винятково корисним засобом аналізу, коли інтуїція людини не в змозі охопити й оцінити наслідки багатьох взаємопов’язаних рішень. Динамічна модель є багатоетапною процедурою у вигляді ланцюжка з N 3-компонентних моделей-подій:



“Розплатою” за кращу наближеність динамічної моделі до реальної ситуації є потреба враховувати деталі, що супроводжують окремі етапи і весь процес прийняття рішень загалом. Адже кожен часовий період має власний критерій ефективності, але треба визначити єдиний критерій, що інтегрує локальні критерії у загальний, який визначає узагальнену ефективність за весь період планування. Найчастіше загальний критерій є зваженою сумою критеріїв для окремих періодів, де вагові коефіцієнти періодів та умови їх функціонування можуть залежати від часу. Важливою ознакою динамічних моделей є необхідність синхронізації подій, а також визначення початкових і кінцевих умов.

Звичайними динамічними багатоетапними процесами є конвеєрне виробництво, що розвивається у просторі й часі, логістика, зокрема транспортування різноманітних потоків ресурсів (напівфабрикатів, готової продукції, матеріалів, фінансів, робочої сили, сировини тощо), тактичне чи стратегічне планування, коли розглядається перехід від одного фіксованого часового періоду (події) до наступного тощо. Часові періоди вимірюються від хвилин (складальні виробничі процеси) до місяців чи років залежно від рівня планування.

Специфікою і певною проблемою табличної динамічної моделі певного процесу, що триває у часі, є визначення й побудова локальної моделі окремого, досить типового i -го періоду (кроку, фази, події) і об’єднання їх у загальну N -фазну модель із загальним стартом і фінішем (де визначено початкові й кінцеві граничні умови). Фактично, йдеться про одночасне розв’язання N локальних статичних задач оптимізації, але за глобальним критерієм ефективності із врахуванням проміжних зв’язків.

Задача. Процес виробництва однорідної продукції протягом періоду планування ставить за мету задоволення попиту, який змінюється у часі (наприклад, залежно від сезонного споживання). Загальні витрати складаються з витрат на суто виробництво і витрат на супроводження продукції, зокрема на її зберігання. Виробнича політика на тривалий часовий період планування визначає періоди, коли попит забезпечується виготовленням продукції чи використанням запасів на складі. Таким чином, мова йде, фактично, про оптимальне управління запасами з проблематики сучасної логістики, які, як відомо, складають суттєву частку собівартості продукції. Тож для відомих питомих витрат на випуск

одиниці продукції та її зберігання необхідно визначити оптимальний графік виробництва і передачі готової продукції на споживання і зберігання за періодами (скільки, куди і коли), який мінімізує загальні витрати [3].

Математична модель

Весь період планування T складається з N часових періодів (днів, тижнів, місяців). Для кожного t -го періоду ($t = 1, \dots, N$) задано:

d_t – замовлення на продукт (попит), яке треба задовольнити ($d_t \geq 0$ для всіх t);

c_t – питомі виробничі витрати на випуск одиниці продукту в t -й період;

M_t – максимально допустимий обсяг випуску (або розмір складу);

y_0 – запас на початок початкового періоду, “вхід”;

y_N – запас на кінець N -го періоду, “вихід”;

y_t – запас на кінець поточного t -го періоду;

y_{t-1} – запас на початок t -го періоду;

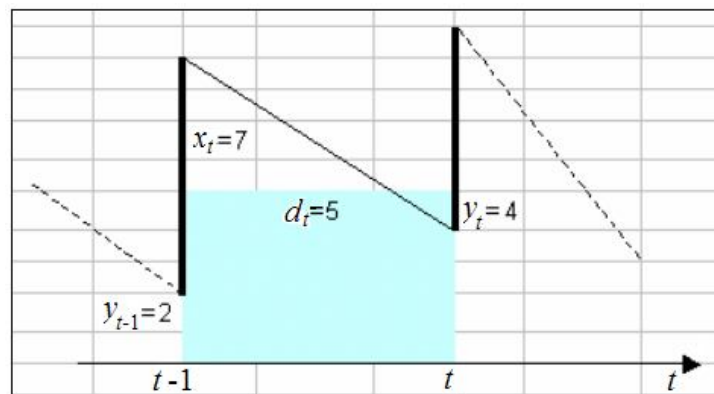
v_t – питома вартість зберігання запасу $y(t)$;

x_t – обсяг випуску в t -й період, який треба знайти.

В основу обчислень покладено рівняння матеріального балансу: $y_t = y_{t-1} + x_t - d_t$, тобто діє рекурентна формула:

$$\text{Запас на кінець періоду} = \text{Запас на початок періоду} + \text{Випуск} - \text{Попит}$$

Приклад: На поточний t -період попит на продукт становить 5 од., запас, що переходить з попереднього $(t-1)$ -го періоду, – 2 од., випуск – 7 од.; відповідно запас на кінець t -го періоду дорівнює: $y_t = 2 + 7 - 5 = 4$.



Пояснення (рекурентна формула):

Період $t = 1$: задано y_0 ; $y_1 = y_0 + x_1 - d_1$;

Період $t = 2$: $y_2 = y_1 + x_2 - d_2 = (y_0 + x_1 - d_1) + x_2 - d_2 = y_0 + (x_1 + x_2) - (d_1 + d_2)$;

Період $t = 3$: $y_3 = y_2 + x_3 - d_3 = [y_0 + (x_1 + x_2) - (d_1 + d_2)] + x_3 - d_3 = y_0 + (x_1 + x_2 + x_3) - (d_1 + d_2 + d_3)$;

...

Період N : $y_N = y_0 + (x_1 + \dots + x_N) - (d_1 + \dots + d_N)$,

де y_N – величина, що визначається всіма попередніми величинами (вихід). Значення цієї величини може бути нульовим чи ненульовим (залежно від заданого обмеження на неї).

Замовлення d_i задовольняється, якщо в період t : $y_t = y_{t-1} + x_t \geq d_t$, тобто

$$y_t = y_{t-1} + x_t - d_t \geq 0 \Rightarrow y_t \geq 0.$$

Отже, діє обмеження: попит задовольняється, якщо кінцевий запас i -го періоду близько одиниці.

Передбачається, що продукція на склад надходить рівномірно, тому середні витрати на зберігання кінцевого запасу становлять $v_t \cdot (y_{t-1} + y_t)/2$.

Задача про оптимальне управління запасами (“випуск-зберігання”)

1. Знайти такий план виробництва $X=\{x_t\}$, $t=1, \dots, N$, де x_t – обсяг випуску продукту в t -й період, N – кількість часових періодів.

2. Цільова функція (загальні витрати на випуск і зберігання)

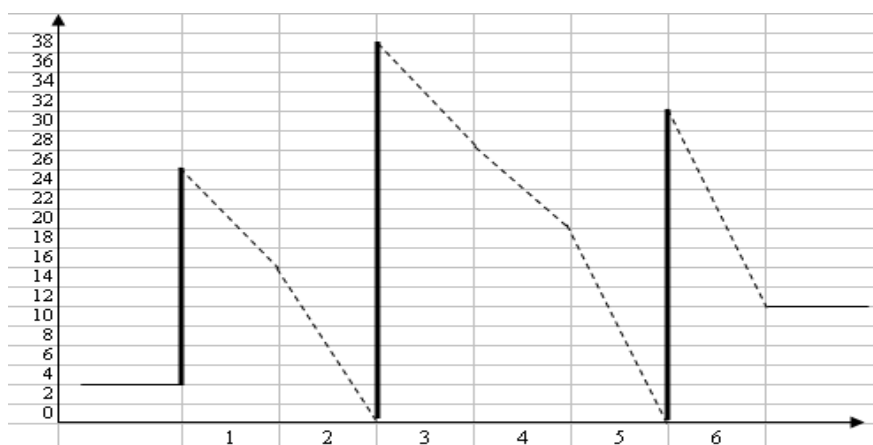
$$Z = \sum_{t=1}^N c_t x_t + \sum_{t=1}^N v_t \frac{y_{t-1} + y_t}{2} \rightarrow \min.$$

3. За обмежень:

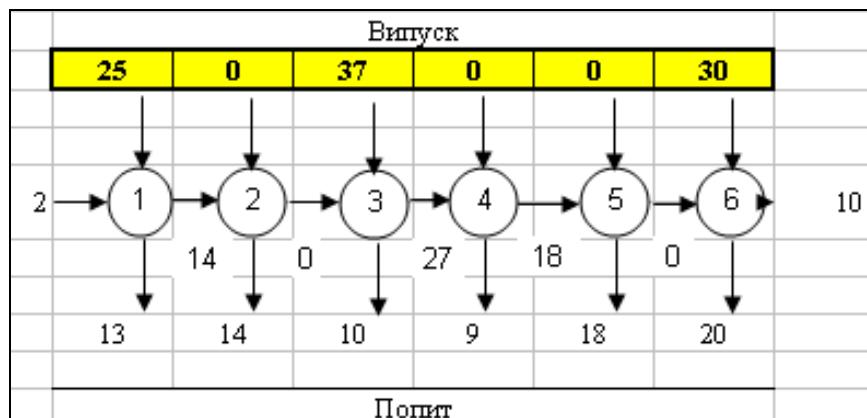
$y_t = y_{t-1} + x_t - d_t$, – рівняння матеріального балансу; $y_t \geq 0$ (умова задоволення попиту) та граничних умов $x_t \geq 0$.

Таблична лінійна модель**Багатоперіодна модель “випуск-зберігання”**

	Період 0	Горизонт планування						Період 7
		Період 1	Період 2	Період 3	Період 4	Період 5	Період 6	
Попит на продукт (D_t)		13	14	10	9	18	20	
Виробничі витрати (C_t)		5,5	8,9	3	11,5	9,6	9,9	
Витрати на зберігання (V_t)		1,6	1,1	2,2	2,8	2,4	3,1	
Випуск (X)		20	10	15	10	12	25	
Залишок на кінець (Y_t)		9	5	10	11	5	10	обмеж (y_6) т-ціна
Витрати на вир-во (CX)		110,0	89,0	45,0	115,0	115,2	247,5	721,7
Середн. витр. на зберігання (VY)		8,8	7,7	16,5	29,4	19,2	23,2	104,8
Зберігання, запас на початок (Y_{t-1})	Обмеж (y_0)	2	9	5	10	11	5	826,5 = цф
Потужність (M_t)		20	15	15	10	12	25	
Нормована вартість (випуск)	0,0	-2	0	-8	-2	-6	-9	

Часовий графік “випуск-запаси”

Виробнича програма:



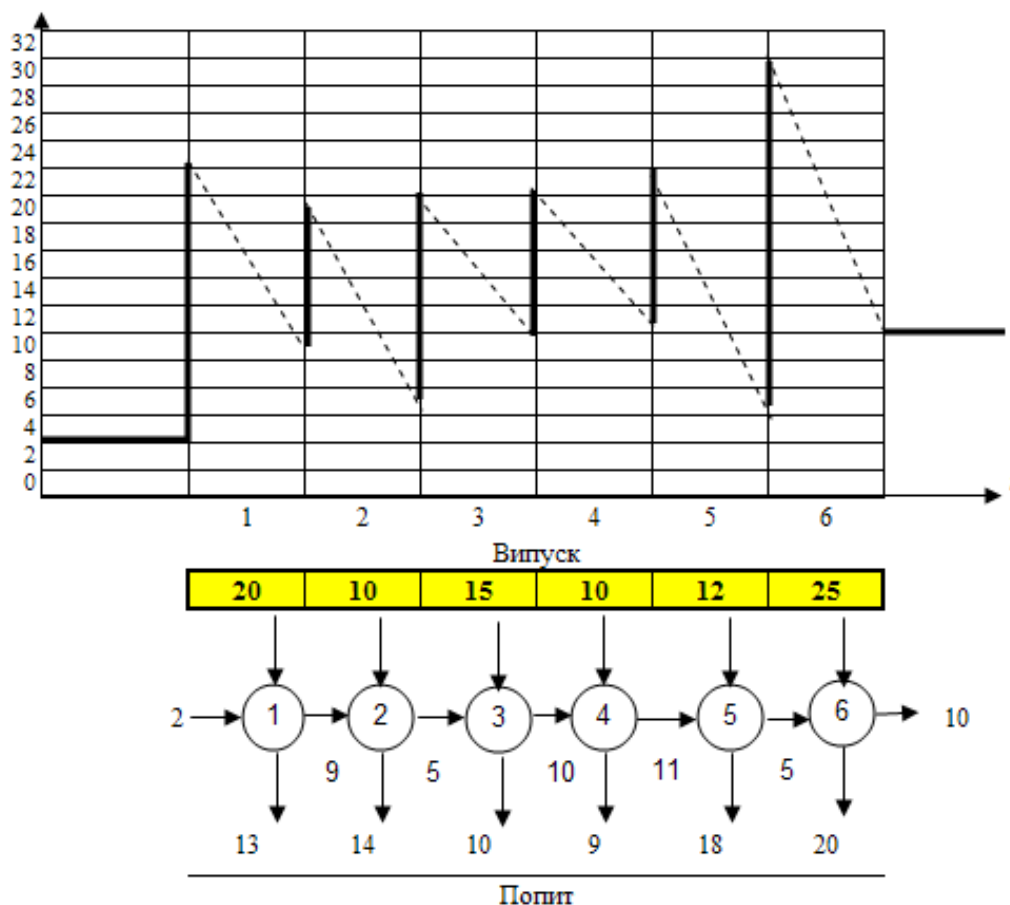
Аналіз результатів

Пряма задача. Оптимальний план $X = (25; 0; 37; 0; 0; 30)$, тобто попит задовольняється за рахунок випуску в періоди 1, 3 та 6, в інші – за рахунок запасу на складі, загальні витрати ЦФ = 695,8 (з них на виробництво – 545,5, на зберігання – 150,3) за умови початкового ($y_0 = 2$) та кінцевого ($y_7 = 10$) запасів.

Двоїста задача:

- нормовані вартості, невідомих шуканого плану вказують на збільшення загальних витрат через вимушений випуск продукту в “невигідні” періоди;
- тіньова ціна кінцевого запасу ($t_N = 10$) величиною 11,4 вказує на збільшення фактичної цільової функції (ЦФ) унаслідок збільшення цього запасу на одиницю;
- аналогічний зміст тіньової ціни початкового запасу ($t_0 = 0$), у цьому випадку – не впливає на ЦФ;
- тіньові ціни проміжних запасів свідчать про зростання витрат у разі їх збільшення на одиницю.

Додавання обмеження $x_t \leq M_t$ (на максимальну виробничу потужність) погіршує кінцевий результат (загальні витрати зросли до 826,5 од.), зате враховує реальний стан продуктивності виробництва і визначає відповідні виробничі графік і програму:



2. Динамічна модель дивідендної політики акціонерного товариства

Задача. Акціонерне товариство (АТ) ставить за мету, отримавши суму інвестиції, визначити таку дивідендну політику за часовими періодами (коли і скільки віддати), згідно з якою за умови дотримання договірних зобов'язань перед акціонерами щодо виплати певної суми максимізувати загальний дохід (тобто віддавати належне помірковано).

Приклад. Задано суму інвестиції A_0 (100 од.). Треба визначити фінансову політику АТ протягом чотирьох часових періодів. Для кожного з періодів задано величина внутрішню

норму рентабельності (ВНР) r , згідно з якою прибуток у певному періоді є функцією $A_t = f(A_{t-1}, r, t)$. У кожному періоді визначається віддача (дохідність) згідно з виразом $\text{прибуток} = \text{інвестиція} - \text{дивіденд}$, яка обчислюється за рекурентною формулою. Треба визначити суми дивідендів у кожному періоді за умови задоволення вимоги до їх загальної суми таким чином, щоб загальний прибуток від інвестування був максимальним.

Математична модель

Знайти план $X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, де елемент x_t – величина дивідендів у t -му періоді, такий, щоб:

– загальний прибуток (ЦФ) $P = d_1x_1 + \dots + d_4x_4 \rightarrow \max$, де величина d_t є доходом у t -му періоді, $d_t = \text{прибуток}(A_t) - \text{дивіденд}(x_t) - \text{інвестиція}(A_{t-1})$;

– за обмежень: $x_1 + \dots + x_4 = S$ (у прикладі $S = 4$).

Граничні умови: всі $x_t \geq 0$, додатково $x_v \geq x_t \geq x_n$, де x_n, x_v – нижня і верхня межі.

Оптимальна дивідендна політика

Початкова інвестиція
100

Номер періоду	1	2	3	4
ВНР (%)	5	8	6	7
Інвестиція (вхід)	100	105,0	122,5	145,9
Прибуток	105,0	122,5	145,9	191,2
Віддача (вихід)	105,0	122,5	145,9	187,2
Дивіденди	0	0	0	4
Доход	5,0	17,5	23,4	41,3
нижня межа	0	0	0	0
верхня межа	1	2	0,5	2
н-варт	-0,82	-0,56	0,25	0,56

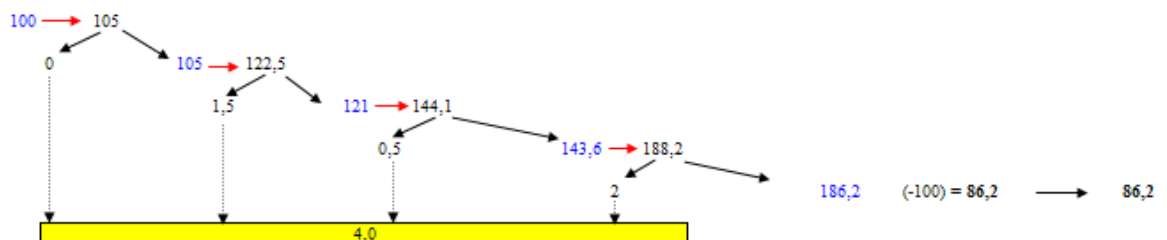
ВНР (внутрішня норма рентабельності) r

Дивіденди			
Сума	4	т-ціна	допустиме збільш.
Обмеж.	4	-1,6	0,5
			допустиме зменш.
			1,5

$$A_p = A_{p-1} \left(1 + \frac{r_p}{100}\right)^p$$

Прибуток в p -му періоді

Доход = прибуток - інвестиція (вхід) - дивіденд



Аналіз результату

Пряма задача: $X = (0; 1,5; 0,5; 2)$, саме за таким часовим графіком АТ вигідно віддати всі чотири одиниці дивідендів, тоді доход досягне максимального значення – 86,2 од.

Двоїста задача:

– нормовані вартості невідомих засвідчать про вплив вимушено визначених величин дивідендів на ЦФ: значення мінус 0,26 у 1-му періоді вказує на зменшення ЦФ при виплаті 1, а плюс 0,56 – на відповідне збільшення ЦФ;

– тіньова ціна єдиного у прикладі обмеження (загальна сума дивідендів становить 4) становить 1,56 і вказує на зменшення ЦФ у разі збільшення цієї суми на одиницю.

3. Задача про заміну.

Досить важливою і практичною економічною проблемою є визначення оптимальної стратегії в заміні діючого старого обладнання чи технології на нове, тобто вміння відповідати на запитання: коли купувати нове обладнання або устаткування на заміну діючого, як довго користуватися наявним обладнанням, витрачаючи кошти на його експлуатацію. Ця проблема стосується не лише техніки, це можуть бути будівлі, технології, організаційна структура, навіть персонал. Старіння певного обладнання (далі – машини) включає його фізичний та моральний знос, у результаті якого зростають виробничі витрати на випуск продукції на

старому обладнанні, зокрема через відхилення від стандарту збільшується брак, зростають витрати на ремонт та обслуговування, одночасно знижуються продуктивність, частка якісної продукції та ліквідна вартість. Настав час, коли стару машину вигідніше продати і замінити новою такого самого чи іншого типу, але більш досконалою; при цьому будуть різні витрати, зокрема додаються витрати на навчання персоналу та переобладнання допоміжних служб і забезпечень.

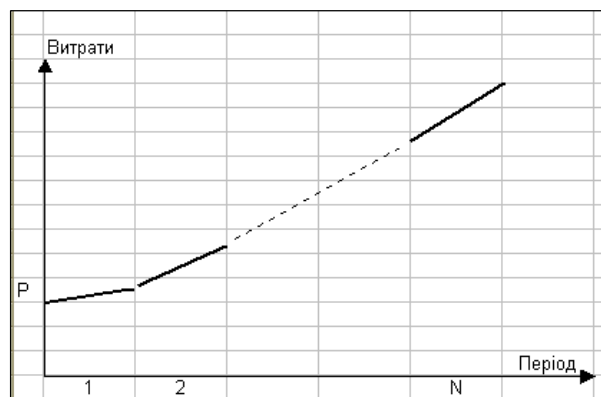
Найкраща стратегія полягає у визначенні оптимальних термінів заміни, коли діють такі два альтернативні критерії оптимальності:

– *максимум* корисності (прибутку) від експлуатації машини, щоб „вижати” з неї все, що можна (це, наприклад, автомобілі таксопарку, транспортна техніка сільськогосподарських підприємств чи військових частин);

– *мінімум* витрат на експлуатацію машини в умовах фіксованого обсягу використання і стабільного режиму експлуатації (власний автомобіль).

Основною характеристикою машини у цьому прикладі є її „вік”, від якого залежать експлуатаційні витрати (вони наявні навіть у разі, коли її не експлуатують і нічого не виробляють), витрати на виробництво (залежать від обсягу виробництва), продуктивність і ліквідна вартість.

Задача. Горизонт планування складається з чотирьох часових періодів (років). Треба визначити поведінку підприємства щодо підтримання технічного стану машинного парку на заданому рівні у разі зменшення витрат на утримання за схемою “придбати–обслуговувати–замінити”. Пропонується версія моделі, коли простір пошуку (час і стан машини) має дискретний характер і розв’язання зводиться до пошуку екстремального шляху на сітці.



Обмеження: кожного року можна придбати не більше однієї машини.

Припущення: ціна машини і експлуатаційні витрати не залежать від року, у якому машину купують чи обслуговують.

Позначення:

N – кількість періодів ($N = 4$), кожному періоду відповідає дуга мережі;

i – номер початку дуги: $i = 1, 2, 3, 4$;

j – номер кінця дуги: $j = 2, 3, 4, 5$;

c_{ij} – витрати на придбання машини на початку i -го періоду і його обслуговування до початку j -го періоду, ці величини утворюють матрицю вартостей C ;

x_{ij} – невідома змінна, 1, якщо машина придбана в i -му періоді і замінюється в j -му періоді, і $x_{ij} = 0$ в іншому випадку;

Z – загальні витрати $Z = \sum c_{ij}x_{ij} \rightarrow \min$.

Види витрат та їх оцінювання розглянемо на трьох можливих стратегіях:

– купувати нову машину на початку кожного періоду; це найбільші витрати на придбання і нульові витрати на обслуговування, загальні витрати становлять $c_{12} + c_{23} + c_{34} + c_{45}$;

– купувати нову машину на початку першого періоду і далі витратитися лише на її ремонт та обслуговування; це разові витрати на придбання і найбільші – на обслуговування, загальні витрати становлять c_{15} ;

– купувати нову машину на початку першого та четвертого періодів; загальні витрати становлять $c_{14} + c_{45}$ тощо.

Початкові дані:

– ціна нової машини – 1,6 тис. од.;
 – вартість обслуговування – 0,5; 1,0; 1,5 і 2,2 тис. од. за перший, другий, третій і четвертий періоди експлуатації відповідно.

Мережа (мережева модель процесу придбання та обслуговування машини) складається з чотирьох пар вузлів, кожна з яких відповідає певному часовому періоду: пара 1 – 2 – першому року, пара 2 – 3 – другому року і так далі, а дуги на ній – це певні стратегії. Вони показують, наприклад, що придбана на початку першого періоду (початок – вузол 1) машина може експлуатуватися один (1→2), два (1→3), три (1→4) або чотири (1→5) роки (їх показано стрілками).

Якщо вибрано лише один період експлуатації (1→2), тоді на початку другого періоду (початок – вузол 2) купують нову машину, яка експлуатується один (2→3), два (2→4) чи три (2→5) роки. Кожна стратегія має певну вартісну оцінку.

Отже, маємо багатоваріантну, тобто оптимізаційну задачу, де серед багатьох можливих і допустимих варіантів треба вибрати кращий за певним критерієм.

Математична модель

Знайти матрицю $X = \{x_{ij}\}$, де $x_{ij} = 1$, якщо рекомендується машину купити в i -й період і яка буде замінена в j -му періоді і $x_{ij} = 0$ в іншому випадку, таку, щоб:

– загальні витрати $Z = \sum_{i=1}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$;

– за обмежень:

$\sum_{j=1}^N x_{1j} = 1$, на початку періоду є одна машина;

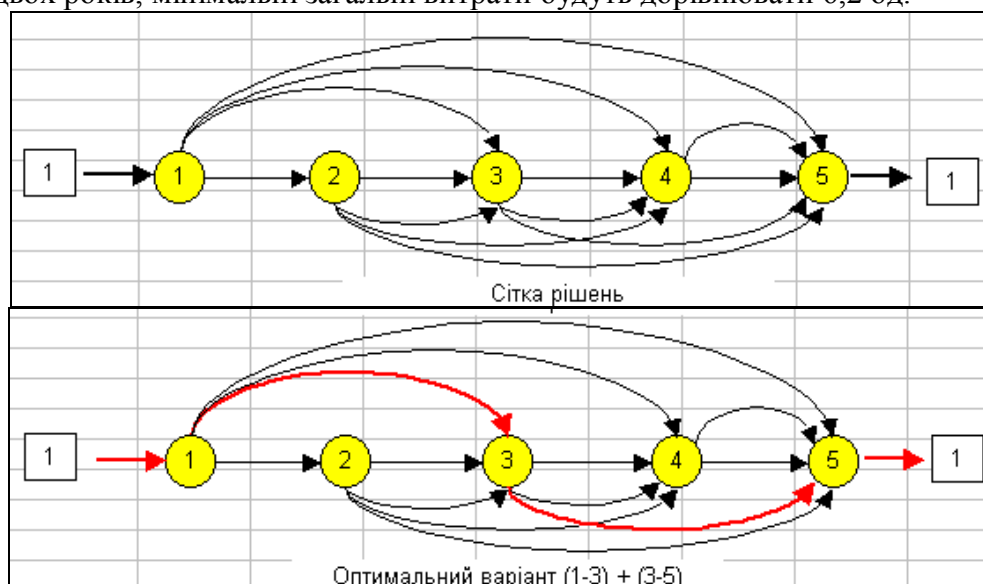
$\sum_{i=1}^N x_{iN} = 1$, наприкінці періоду залишається одна машина;

$\sum_j x_{ij} = \sum_i x_{ij}$ для $i > 1, j < N$, баланс для проміжних періодів та граничних умов – всі

$x_{ij} \geq 0$.

Аналіз результату

Пряма задача. Оптимальний план: $x_{13} = 1$ машину купують на початку першого року і експлуатують її до початку третього року; $x_{35} = 1$, на третьому році – заміна і експлуатація протягом двох років, мінімальні загальні витрати будуть дорівнювати 6,2 од.



Висновки. Розроблена методологія економіко-математичного моделювання задач оптимізації динамічного типу в доступному для бізнес-аналітиків середовищі електронних таблиць програми MS Excel, згідно з якою певний динамічний процес являє собою ланцюг з типових елементів-операторів, пов'язаних між собою відповідними єдиними за формою схемами обчислень. Запропонований підхід до побудови динамічних моделей може бути поширений на інші класи математичних моделей, де треба врахувати рекурентний характер зв'язків між операційними блоками.

Список літератури

1. Кузьмичев А. И. Динамическое моделирование сетевых экстремальных задач// Специализированные моделирующие машины». Изд -во ИК АН УССР. – 1968. – Вып. 1. – С. 17 – 25.
2. Кузьмичев А. И. Динамическое моделирование стохастических процессов. Изд -во ИК АН УССР. – 1968. – Вып. 1. – С. 32 – 42.
3. Шапиро Дж. Моделирование цепи поставок: пер. с англ. / под ред. В. С. Лукинского – СПб.: Питер, 2006. –720. с.
4. Kuzmychov A. (ed.). Operations Research: Optimization models for Decision-making. Навчальний посібник. – К.: Вид-во АМУ, 2007. –270 с.
5. Кузьмичов А. І., Медведєв М. Г. Математичне програмування в Excel: навч. посіб. – К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2005. –320 с.
6. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – 6-е изд.: пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. –1024. с.

А. И. Кузьмичев

Планирование динамических процессов средствами оптимизации электронных таблиц MS Excel

На конкретных примерах показана современная техника организации оптимизационных расчетов для задач многопериодного планирования в среде табличного процессора MS Excel и принятие управленческих решений на этой основе.

A. I. Kuzmychov

The planning of dynamic processes by MS Excel optimization tools

On concrete examples the shown modern technique of organization of optimal calculations for the multistage planning tasks in the environment of spreadsheet processor MS Excel and acceptance of administrative decisions on this basis.