

УДК 621.39.001.57(045)

М. Н. Горбачев, ст. науч. сотр., канд. техн. наук,
Л. Ю. Горбачева, науч. сотр.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В УПРАВЛЯЕМЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И СИСТЕМАХ

Институт электродинамики НАН Украины,
Национальный технический университет «ХПИ»

Рассмотрено геометрическое моделирование энергетических негармонических периодических процессов в радиотехнических цепях и системах с управляемыми полупроводниковыми элементами. Геометрические модели этих процессов представляют собой кривые на сферической поверхности.

Введение. В работе обосновано и показано применение геометрического моделирования для исследования энергетических процессов во входных цепях регулируемых вторичных источников электропитания (ВИЭП) радиотехнических устройств, радиоэлектронной аппаратуры и систем электросвязи. При этом рассматривается один из широко распространенных на практике ВИЭП, выполненный на основе управляемого электронного (полупроводникового) преобразователя, который осуществляет выпрямление переменного тока первичного источника (промышленной сети) в постоянный ток (ток нагрузки) и в котором используется эффект регулирования или стабилизации одного из выходных параметров (напряжения, тока или мощности), реализуемых с помощью полупроводниковых приборов (тиристоров, транзисторов и др.) [1 – 3]. Особенность указанного ВИЭП заключается в том, что токи, потребляемые от сети (токи во входных цепях ВИЭП) являются негармоническими. Математическое моделирование энергетических периодических процессов в цепях и системах указанных ВИЭП при несинусоидальных токах является важной научной проблемой, связанной с решением ряда теоретических и прикладных задач.

Актуальность проблемы и анализ публикаций. Актуальность рассматриваемой проблемы состоит в том, что указанные ВИЭП малой мощности на основе управляемых выпрямителей широко применяются в радиотехнике для электропитания радиотехнических устройств, радиоэлектронной аппаратуры, а также систем электросвязи.

Как следует из обзора публикаций, например [1 – 3] и других, при анализе и аналитическом расчете периодических энергетических негармонических процессов в рассматриваемых задачах традиционно используются методы математического моделирования, основанные на использовании при расчетах ограниченного количества гармонических составляющих напряжений и токов, действующих во входных цепях ВИЭП и имеющих существенно несинусоидальную форму. Получаемые в результате энергетические соотношения являются приближенными и требуют оценки погрешности выполненных расчетов, что является недостатком указанных методов. Другой недостаток традиционного подхода заключается в том, что исследуется квазиустановившийся энергетический процесс с помощью одной или нескольких одномерных моделей в виде функций одной переменной, каждая из которых отражает (моделирует) не весь процесс как единое целое, а лишь отдельные его стороны [1 – 3].

Постановка задачи и цель исследований. С целью повышения точности выполняемых расчетов указанных энергетических процессов и нахождения универсальной трехмерной математической модели, адекватной процессу как единому целому, используется нетрадиционный геометрический подход. Он основан на векторном представлении полной мощности $\bar{S}$ и ее ортогональных составляющих (активной $\bar{P}$, реактивной $\bar{Q}$ и мощности искажения $\bar{T}$) на входе ВИЭП.

Для рассматриваемых ВИЭП, выполненных на основе управляемых выпрямителей, объединенную систему известных функций для определения указанных составляющих полной мощности можно представить в следующем виде [1 – 3]:

$$\begin{cases} P = Sv \cos \varphi = f_1(v, \varphi), \\ Q = Sv \sin \varphi = f_2(v, \varphi), \\ T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = f_3(v, \varphi), \end{cases} \quad (1)$$

где φ – угол сдвига между напряжением сети и первой гармоникой потребляемого тока I_1 ; v – коэффициент искажения формы кривой этого тока, равный отношению I_1 к действующему значению потребляемого тока I .

При этом соотношение для определения мощности T является следствием уравнения энергетического баланса [1 – 3].

Систему функций (1) от двух переменных (φ и v) можно рассматривать и как систему, которая задает координаты множества точек $M(x, y, z)$ на некоторой криволинейной поверхности в трехмерном евклидовом пространстве $E^{(3)}$, где x , y и z соответствуют нормированным значениям ортогональных составляющих. В этом случае система уравнений (1) определяет сферическую поверхность (сферу) единичного радиуса [5]:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0, \quad (2)$$

где $x = \frac{P}{S}$; $y = \frac{Q}{S}$ и $z = \frac{T}{S}$.

Основное содержание исследования. При геометрическом моделировании совокупности режимов работы управляемых вентильных преобразователей со стороны питающего переменного напряжения отображаются на поверхность сферы или ее части в виде сферического (шарового) пояса. При этом каждому рабочему режиму, связанному с изменением углов регулирования, соответствует определенная пространственная кривая, расположенная на поверхности шарового пояса. Эту кривую, которая является параметрическим годографом вектора полной мощности, назовем режимной траекторией.

Математический вывод уравнений режимных траекторий и их анализ как трехмерных геометрических моделей рассмотрим на примере известного трехфазного управляемого выпрямителя (УВ) по несимметричной мостовой схеме (схеме Г. Н. Бабата) [1; 3].

Эта схема широко применяется в управляемых выпрямителях малой мощности при активной и активно-индуктивной нагрузках, так как она обеспечивает коэффициент мощности выпрямителя более высокий, чем у аналогичной симметричной схемы выпрямления, называемой схемой Ларионова, при небольшом диапазоне регулирования [3].

В рассматриваемом УВ по схеме Г. Н. Бабата в диапазоне изменения угла регулирования $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$ при активно-индуктивной нагрузке составляющие полной мощности на входе выпрямителя определяются соотношениями [3]:

$$\begin{cases} P = S \frac{3}{\pi} \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \\ Q = S \frac{3}{\pi} \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}; \\ T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, уравнения, полученные из системы соотношений (3) и отображающие периодические энергетические негармонические процессы во входных цепях рассматриваемого УВ, можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} x = \cos^2 \beta; \\ y = \cos \beta \sin \beta; \\ z = \sin \beta, \end{cases} \quad (4)$$

где $\beta = \frac{\alpha}{2}$ – независимая переменная (параметр) и зависимость z от параметра β является приближенной.

Систему уравнений (4) можно рассматривать как приближенное параметрическое задание некоторой пространственной кривой (режимной траектории) $L(x, y, z) = L(\beta)$, лежащей на сфере [5]. Действительно, как показали расчеты, координаты x, y, z этой кривой удовлетворяют уравнению сферы при изменении параметра β в пределах от 20° до 72° (2).

Для выяснения характера и исследования кривой $L(\beta)$ обратимся к более общему способу задания пространственных кривых, рассматривая их как линии пересечения двух поверхностей [4]. Если каждая из этих поверхностей выражается одним из нижеследующих уравнений

$$W(x, y, z) = 0; \quad (5)$$

$$V(x, y, z) = 0, \quad (6)$$

то совокупность обоих уравнений дает аналитическое представление в неявном виде кривой их пересечения $L(\beta)$ как геометрического места точек, удовлетворяющих одновременно уравнениям (5) и (6).

В рассматриваемом конкретном примере неявные уравнения (5) и (6) имеют следующий вид:

$$W(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0; \quad (7)$$

$$V(x, y, z) = x^2 + y^2 - x = 0. \quad (8)$$

Уравнение (7) является уравнением сферической поверхности (сферы). Уравнение (8), полученное из уравнения (7) при постановке в него $x = \cos^2 \beta$ и $z = 0$, описывает проекцию линии пересечения $L(\beta)$ на плоскость XOY и является уравнением прямого цилиндра. Направляющей для этого цилиндра служит окружность, построенная на радиусе сферы, как на диаметре, а образующие его параллельны оси OZ [4].

Необходимо отметить, что рабочей частью режимной траектории $L(\beta)$ является её участок, соответствующий диапазону изменения параметра β в пределах от 20° до 72° .

Исследуем характер и свойства кривой $L(\beta)$, заданной уравнениями (4), (7) и (8). С этой целью определим ее кривизну ς и кручение η по известным формулам [6 – 9]:

$$\varsigma = \frac{\sqrt{f_1^2(\beta) + f_2^2(\beta) + f_3^2(\beta)}}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}}; \quad (9)$$

$$\eta = \frac{(\vec{r}' \vec{r}'' \vec{r}''')}{[\vec{r}' \times \vec{r}'']^2}, \quad (10)$$

где $f_1(\beta) = y'z'' - z'y''$; (11)

$$f_2(\beta) = z'x'' - x'z''; \quad (12)$$

$$f_3(\beta) = x'y'' - y'x''; \quad (13)$$

$\vec{r}' = \vec{r}'(\beta)$, $\vec{r}'' = \vec{r}''(\beta)$, $\vec{r}''' = \vec{r}'''(\beta)$ – производные радиус-вектора $r(\beta)$, определяемые в трехмерном евклидовом пространстве ортогональными составляющими по координатным осям.

Таким образом, определив все частные производные по параметру β от функций $x(\beta)$, $y(\beta)$, $z(\beta)$ и подставив их в выражения (9) – (13), приходим к следующим результатам:

$$\zeta = \sqrt{\frac{3\cos^2\beta + 4}{(\cos^2\beta + 1)^3}} = \psi(\beta);$$
$$\eta = \frac{6\cos\beta}{3\cos^2\beta + 4} = \tau(\beta).$$

Следовательно, исследуемая пространственная кривая $L(\beta)$, лежащая на сфере, имеет переменную кривизну $\zeta = \psi(\beta) \neq 0$ и переменное кручение $\eta = \tau(\beta) \neq 0$, т. е. является неплюской пространственной кривой общего вида.

Отметим, что в исследованной системе уравнений (4) параметр β и, следовательно, угол регулирования α являются независимыми переменными.

Аналогичным путем можно найти математические модели и построить соответствующие им геометрические модели и режимные траектории для исследования энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях других типов и принципов действия, например, регуляторах переменного напряжения, ведомых сетью инверторах напряжения [1 – 3] и др.

Заключение. Таким образом, в настоящей статье получен ряд новых научных результатов.

1. Показано, что обобщенной математической моделью энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях является система трех функций с двумя переменными, описывающая ортогональные составляющие полной мощности (активную, реактивную мощности и мощность искажения) и взаимосвязь между ними.

2. На основе принципа геометрического моделирования установившихся энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях и системах сформулирована трехмерная постановка задачи геометрического моделирования этих процессов и теоретически обоснован способ построения соответствующих геометрических моделей.

3. Установлено, что обобщенной геометрической моделью (геометрическим отображением) энергетических процессов в электрических преобразовательных цепях, описываемых системой трех функций с двумя переменными (на примере управляемого выпрямителя), являются части поверхности сферического (шарового) пояса.

4. Показано, что предложенный нетрадиционный подход отличается простотой, наглядностью и компактностью геометрических моделей, которые являются универсальными и удобными для исследования энергетических процессов и рабочих режимов в радиотехнических цепях и системах, содержащих управляемые элементы; это особенно ярко проявляется в том, что с помощью системы нормированных параметрических уравнений электрические (энергетические) процессы в рассматриваемых преобразователях, включая управляемые выпрямители, а также ведомые сетью инверторы, управляемые генераторы

негармонических колебаний, инверторы напряжения с широтно-импульсной модуляцией, регуляторы переменного напряжения и другие, отображаются на одну и ту же сферу единичного радиуса, что позволяет, образно говоря, «построить голограммы» различных энергетических процессов в одном и том же масштабе с целью их сопоставления.

5. Прикладное значение полученных результатов состоит в том, что с помощью геометрических моделей, во-первых, можно сравнивать и в ряде случаев оптимизировать энергетические процессы и рабочие режимы, которые эти модели отображают; во-вторых, можно сравнивать энергетические процессы и режимы работы не только в одном преобразователе, но и в преобразователях аналогичного назначения разных типов, имеющих разные принципы действия, что весьма полезно при разработке и проектировании вторичных источников электропитания на основе рассматриваемых преобразователей, применяемых в радиотехнике и электросвязи.

Список литературы

1. Горбачев Г. Н., Чаплыгин Е. Е. Промышленная электроника / под ред. В. А. Лабунцова. – М.: Энергоатомиздат. – 1988. – 320 с.
2. Китаев В. Е. Электротехнические устройства радиосистем. – М.: Энергия – 1971. – 344 с.
3. Руденко В. С., Сенько В. И., Чиженко И. М. Преобразовательная техника. – К.: Вища шк. – 1978. – 424 с.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики. – М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит. – 1956. – Т.2. – 628 с.
5. Погорелов А.В. Лекции по аналитической геометрии. – Х.: Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1963. – 182 с.
6. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. – Х.: Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1965. – 185 с.
7. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – Л.: Глав. ред. техн.-теор. лит., 1937. – 456 с.
8. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометрии. – М.: Госиздат техн.-теор. лит. – 1956. – 420 с.
9. Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: Методы и приложения. – М.: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 760 с.

М. М. Горбачов, Л. Ю. Горбачова

Геометричне моделювання енергетичних негармонічних періодичних процесів в керованих радіотехнічних колах та системах

Розглянуто геометричне моделювання енергетичних негармонічних періодичних процесів у радіотехнічних колах та системах з керованими напівпровідниковими елементами. Геометричні моделі цих процесів є кривими на поверхні кулі.

M. N., Gorbachev, L. Y. Gorbacheva

Geometric simulation of energy nonharmonic periodic processes in controlled radio technical circuits and systems

Geometric simulation of energy nonharmonic periodic processes in the radio technical circuits and systems with controlled semiconductor elements is discussed. Geometrical models of these processes are the curves of spherical surface.