

УДК 681.5.015:629.735 (045)

¹А. М. Кліпа,²А. А. Тунік, д-р техн. наук**ВИЗНАЧЕННЯ ПОЧАТКОВИХ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ
МОДЕЛІ В ПРОСТОРІ СТАНІВ**¹Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: aklipa@mail.ru²Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: aatunik@mail.ru

Розроблено методику застосування методу найменших квадратів до моделі, описаної в просторі станів для визначення початкових значень невідомих параметрів, необхідних для ідентифікації моделі в просторі станів за методом максимальної правдоподібності разом з калманівською фільтрацією на прикладі моделі бічного руху безпілотного літального апарата

Актуальність проблеми. Аеродинамічні похідні будь-якого літального апарата (ЛА) при описі його динамічної моделі в просторі станів входять у таку модель лінійно і є елементами матриць **A**, **B**, **C**, **D** (матриць стану, керування, вимірювань, прямої передачі від входу до виходу). Тому для визначення значень аеродинамічних похідних доцільно використовувати модель в просторі станів. У праці [1] запропоновано використовувати метод максимальної правдоподібності разом з калманівською фільтрацією для ідентифікації динамічних характеристик ЛА та наведено приклади його застосування. Але для використання цього підходу необхідно починати оптимізаційну процедуру пошуку мінімуму від'ємного логарифма функції максимальної правдоподібності з початкових значень вектора невідомих параметрів. Оскільки кількість невідомих параметрів у будь-якій моделі ЛА досить велика, то функція максимальної правдоподібності має локальні екстремуми і знаходження мінімуму від'ємного логарифма функції максимальної правдоподібності суттєво залежить від вибору початкових значень вектора невідомих параметрів. У цій роботі буде розроблено методику застосування методу найменших квадратів (МНК) до моделі, описаної в просторі станів для визначення початкових значень невідомих параметрів, необхідних для ідентифікації моделі в просторі станів за методом максимальної правдоподібності разом з калманівською фільтрацією на прикладі моделі бічного руху безпілотного літального апарата (БПЛА) [2].

Постановка проблеми. Оскільки БПЛА повинен мати невелику масу, то на його борту встановлюється мінімальна кількість датчиків невеликої маси без віброзахисту, що призводить до значних завад та зміщень у записах вимірюваних сигналів (для бічного каналу це β – кут ковзання; p – кутова швидкість крену; r – кутова швидкість ролу; ϕ – кут крену; ψ – кут ролу). У результаті льотного експерименту БПЛА, змодельованого в SIMULINK, відомі записи сигналів: δa – відхилення елеронів (сигнал керування), β , p , r , ϕ , ψ . Під час моделювання враховували тільки один вхідний сигнал (сигнал керування), тобто припускали, що льотний експеримент виконується у спокійній атмосфері. Також моделювали шуми та зміщення датчиків, що дало змогу отримати вихідні сигнали (β , p , r , ϕ , ψ), близькі до реальних.

Лінеаризована модель у просторі станів бічного руху БПЛА, що за масою належить до міні-класу (141 кг) [2]:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{w}; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} + \mathbf{v},\end{aligned}\tag{1}$$

де $\mathbf{x} = [\beta, p, r, \phi, \psi]^T$ – вектор стану; $\mathbf{u} = [\delta a]$ – вектор керування; $\mathbf{y} = [\beta, p, r, \phi, \psi]^T$ – вектор вимірювань; $\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3, w_4, w_5]^T$ – вектор шумів стану; $\mathbf{v} = [v_1, v_2, v_3, v_4, v_5]^T$ – вектор шумів вимірювань;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{U_0} & 0 \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_{\delta a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

У виразі (2) використано системи координат та позначення, прийняті в західноєвропейській та американській літературі [3], а саме: Y – перша похідна бічної сили за відповідними змінними, L та N – перші похідні моментів за креном та ристанням за відповідними змінними.

Загальна задача ідентифікації аеродинамічних похідних бічного руху БПЛА полягає в знаходженні значень вектора невідомих параметрів:

$$\boldsymbol{\theta} = [Y_v, L_\beta, L_p, L_r, N_\beta, N_p, N_r, L_{\delta a}]^T. \quad (3)$$

Параметр g/U_0 не входить у вектор $\boldsymbol{\theta}$, оскільки g – прискорення вільного падіння та U_0 – швидкість БПЛА – відомі.

Задача, розв'язання якої пропонуємо в цій роботі, полягає в знаходженні початкових значень вектора невідомих параметрів $\boldsymbol{\theta}$ (3) моделі (1) у просторі станів за МНК, пристосованого до моделі в просторі станів за записами вхідних та вихідних координат, які вимірюються зі значними шумами.

Розв'язання задачі. У літературі з ідентифікації МНК, наприклад [4], модель, параметри якої ідентифікуються, має бути подана як авторегресія – ковзне середнє, а саме:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\theta} + \mathbf{E}, \quad (4)$$

де $\mathbf{Y}$ – вектор вихідних сигналів моделі; $\boldsymbol{\Phi}$ – матриця ідентифікатора; $\mathbf{E}$ – вектор похибки.

У загальному випадку, коли вимірюємо l вихідних сигналів, довжина реалізацій цих сигналів N , критерій ідентифікації за МНК

$$J_{\text{МНК}}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_i^N e^2(i, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{E}(N, \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{E}(N, \boldsymbol{\theta}), \quad (5)$$

де i – номер сигналу в реалізації, який вважаємо першим за ідентифікації за МНК.

Якщо модель об'єкта, що ідентифікується, подано у вигляді (4), то в результаті ідентифікації за критерієм (5) вектор невідомих параметрів знаходимо за формулою

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{МНК}} = (\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{Y}. \quad (6)$$

Для застосування відомого МНК до моделі в просторі станів (1) необхідно подати її у вигляді моделі (4). У загальному випадку, коли кількість змінних станів n , кількість керувальних сигналів m , кількість вимірюваних сигналів l , вектор $\mathbf{Y}$ буде мати вигляд

$$\mathbf{Y} = [y_1(i) \ y_1(i+1) \ \dots \ y_1(N) \ y_2(i) \ y_2(i+1) \ \dots \ y_2(N) \ \dots \ y_l(i) \ y_l(i+1) \ \dots \ y_l(N)]^T.$$

Розмір вектора $\mathbf{Y}$ у цьому випадку $l(N-i+1) \times 1$. Вектор невідомих параметрів має розмір $l(n+m) \times 1$ та вигляд

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\text{МНК}} = [a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n} \ b_{11} \ b_{12} \ \dots \ b_{1m} \ \dots \ a_{n1} \ a_{n2} \ \dots \ a_{nn} \ b_{n1} \ b_{n2} \ \dots \ b_{nm}]^T.$$

Транспоновану матрицю регресора можна подати у вигляді блочно-діагональної матриці

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} \Phi_0^T & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \Phi_0^T & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \Phi_0^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\text{де } \Phi_0^T = \begin{bmatrix} x_1(i-1) & x_2(i-1) & \cdots & x_n(i-1) & u_1(i) & u_2(i) & \cdots & u_m(i) \\ x_1(i) & x_2(i) & \cdots & x_n(i) & u_1(i+1) & u_2(i+1) & \cdots & u_m(i+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1(N-1) & x_2(N-1) & \cdots & x_n(N-1) & u_1(N) & u_2(N) & \cdots & u_m(N) \end{bmatrix};$$

$\mathbf{O}$ – нульова матриця розміром $(N-i+1) \times (n+m)$. Розмір матриці регресора є $l(n+m) \times l(N-i+1)$.

Для моделі (1) з матрицями (2), що описують бічний рух БПЛА, за припущення, що $i = 3$, та довжини реалізації 1800 вектор вимірюваних вихідних сигналів розміром 5×1 , де $l = 5$,

$$\mathbf{Y} = [y_1(3) \ y_1(4) \ \cdots \ y_1(1800) \ y_2(3) \ y_2(4) \ \cdots \ y_2(1800) \ \cdots \ y_5(3) \ y_5(4) \ \cdots \ y_5(1800)]^T.$$

Транспонована матриця регресора (7) має розмір 5×5 , а

$$\Phi_0^T = \begin{bmatrix} x_1(2) & x_2(2) & x_3(2) & x_4(2) & x_5(2) & u(3) \\ x_1(3) & x_2(3) & x_3(3) & x_4(3) & x_5(3) & u(4) \\ x_1(4) & x_2(4) & x_3(4) & x_4(4) & x_5(4) & u(5) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1(1799) & x_2(1799) & x_3(1799) & x_4(1799) & x_5(1799) & u(1800) \end{bmatrix};$$

$\mathbf{O}$ – нульова матриця розміром 1798×6 . Розмір матриці регресора є 5×8990 . Вектор $\hat{\mathbf{\theta}}_{\text{МНК}}$ має розмір 30×1 .

Недоліком МНК є те, що він дає добрі результати у випадку, коли шумів немає або вони мінімальні. У задачі, розглядуваній в цій роботі, шуми мають досить великі значення, а також трапляються систематичні похибки (зміщення датчиків). Тому, перш ніж застосовувати МНК, доцільно позбавити вимірювальні сигнали випадкових та систематичних похибок.

Для того щоб очистити сигнали від систематичних похибок, пропонується як перше наближення розрахувати математичне сподівання та відняти його значення від вимірюваного сигналу. Щоб позбавити зашумлений сигнал випадкових похибок (шумів датчиків), рекомендується застосовувати цифровий симетричний нерекурсивний фільтр, що не може бути фізично реалізованим, тобто такий, у якому мають бути відомі «майбутні» вхідні величини [5]. Для розглядуваного випадку це не є значним обмеженням, оскільки польотні дані накопичуються протягом випробування БПЛА, а вхідними даними для ідентифікації є записи даних льотних випробувань [6]. Тому було обрано фільтр такого вигляду:

$$y_j = \sum_{k=-K}^K a_k x_{j-k}, \quad (8)$$

де y_j – вихідний сигнал фільтра; a_k – ваговий коефіцієнт фільтра; x_{j-k} – дискретизований вхідний сигнал; $2K$ – порядок фільтра.

Зазначимо, що подібний підхід запропоновано в праці [7] для стандартної системи (4). Оскільки результати ідентифікації [7] мали бути кінцевими, то для фільтрації запропоновано досить складні кореляційні алгоритми. В цьому випадку результати ідентифікації МНК мають проміжне (допоміжне) значення, а тому в цій задачі можна обмежитись простішим алгоритмом (8). Крім того, зазначимо, що в роботі запропоновано спеціальний вигляд регресора (7), пристосованого до моделі в просторі станів (1).

Результати фільтрації вектора вимірювань (β , p , r , ϕ , ψ) показано на рис. 1. Сірим кольором позначено сигнали з шумами, чорним – сигнали, отримані після фільтрації.

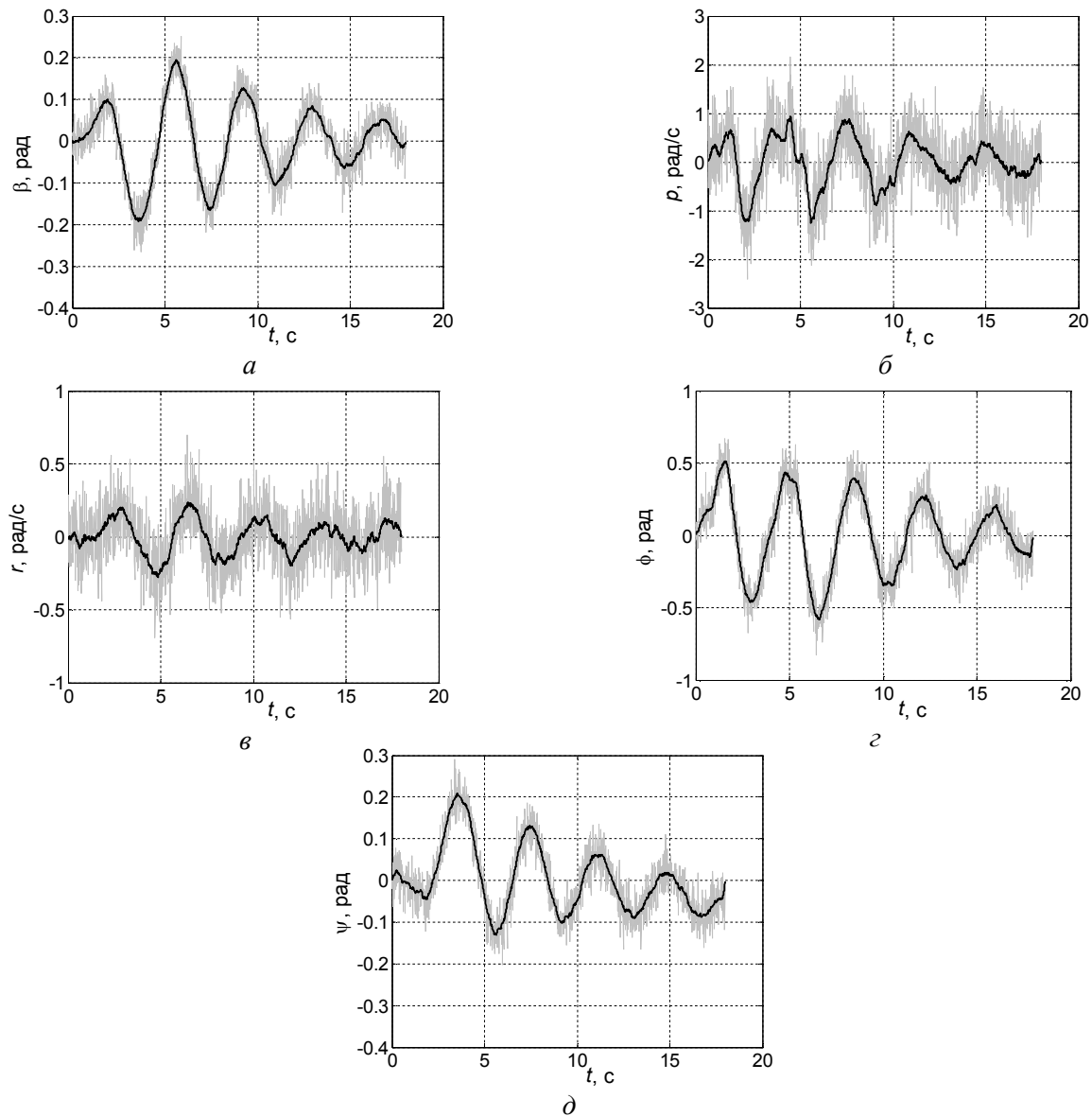


Рис. 1. Порівняння зашумлених та відфільтрованих значень β , p , r , ϕ , ψ

Очищені від шумів та зміщень сигнали є вхідними даними для ідентифікації МНК. Використовуючи формулу (6), було отримано вектор параметрів розміром 30×1 . Згідно з матрицями (2) моделі (1) відмінні від нуля і невідомі тільки значення восьми параметрів, тому з отриманого в результаті ідентифікації МНК вектора вибираємо значення тільки тих параметрів, які входять у вектор (3), тобто

$$\hat{\theta}_{init} = [-0,5838, -28,1704, -6,0127, 0,1433, 1,8223, -0,1617, -1,1326, 94,4815]^T.$$

Тепер вектор $\hat{\theta}_{init}$ можна вважати як вектор початкових значень для ідентифікації параметрів системи методом максимальної правдоподібності [1; 4]. Результати проведеної параметричної ідентифікації за цим методом наведено в табл. 1, а графіки виміряних та розрахованих при оцінених значеннях параметрів сигналів β , p , r , ϕ , ψ показано на рис. 2.

Таблиця 1

Порівняння номінальних, початкових та оцінених значень параметрів моделі в просторі станів бічного руху БПЛА

Параметри	Y_v, c^{-1}	L_β, c^{-2}	L_p, c^{-1}	L_r, c^{-1}	N_β, c^{-2}	N_p, c^{-1}	N_r, c^{-1}	$L_{\delta a}, c^{-2}$
Номінальні значення	-0,1360	-56,2100	-11,2500	3,3320	1,1900	-0,2100	-0,2400	160,0000
Початкові значення	-0,5838	-28,1704	-6,0127	0,1433	1,8223	-0,1617	-1,1324	94,4815
Оцінені значення	-0,1850	-56,1992	-10,9523	3,3008	1,2330	-0,1961	-0,2057	158,2072

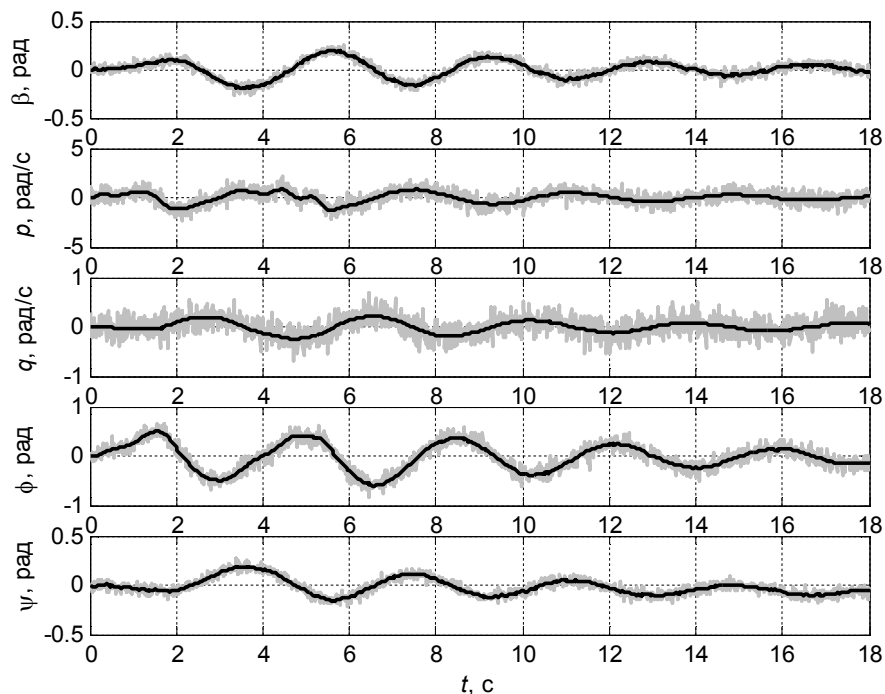


Рис. 2. Порівняння значень виміряних та оцінених вихідних даних:

— — виміряні дані; — — оцінені дані

Для покращення оцінки зміщень датчиків, скориставшись їх постійністю, було застосовано алгоритм стохастичної апроксимації Кестена, який дає асимптотично незміщену оцінку математичного сподівання [8]. Результати оцінки зміщень методом стохастичної апроксимації Кестена наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Порівняння номінальних та оцінених значень зміщень датчиків

Зміщення	$b_\beta, \text{рад}$	$b_p, \text{рад/с}$	$b_r, \text{рад/с}$	$b_\phi, \text{рад}$	$b_\psi, \text{рад}$
Номінальні значення	0,0300	0,1000	0,0500	0,1000	0,0500
Оцінені значення	0,0306	0,1226	0,0491	0,0923	0,0557

Експериментальне визначення оновлювальної послідовності в усталеному режимі показує, що кореляційні функції всіх зміщень наближаються до дельта-функцій [8], що є ще одним підтвердженням ефективності цієї процедури оцінки зміщень.

Висновки. Перед проведенням ідентифікації моделі в просторі станів за методом максимальної правдоподібності разом з калманівською фільтрацією необхідно знати початкові значення вектора невідомих параметрів, для визначення якого пропонується застосовувати МНК, заздалегідь очистивши зашумлені сигнали за допомогою цифрового симетричного не рекурсивного фізично нереалізованого фільтра. Розроблено методику застосування МНК до моделі, описаної в просторі станів для визначення початкових значень невідомих параметрів. Показано, що ідентифікація методом максимальної правдоподібності з урахуванням початкових значень вектора невідомих параметрів, отриманих у результаті застосування МНК, дає досить добрі результати, що гарантують збіжність подальшої процедури оптимізації методом максимальної правдоподібності.

Список літератури

1. *Tunik A. A., Klipa A. N.* The Identification of the Flight Dynamics Models with Biased Sensors // *Stability and Control: Theory and Applications.* – Vol. 5, No. 1. – 2003. – P. 41 – 48.
2. *Ahn I. K., Ryu H., Larin V. B., Tunik A. A.* Integrated Navigation, Guidance and Control Systems for Small Unmanned Aerial Vehicles // *Proceedings of the World Congress Aviation in the XXI-st Century.* – Kyiv, 2003. – P. 5.15 – 5.25.
3. *McLean D.* Automatic Flight Control Systems. – Prentice Hall, 1990. – 593 p.
4. *Льонг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя: пер с англ. / под ред. Я. З. Цыпкина. – М.: Мир, 1991. – 432 с.
5. *Бабак В. П., Хандецький В. С., Шрюфер Е.* Обработка сигналов: підруч. – 2-е вид. – К.: Либідь, 1999. – 496 с.
6. *Тунік А. А., Кліпа А. М.* Цифрова фільтрація в задачах ідентифікації «жорстких» систем // *Матеріали VI Міжнар. наук. техн. конф. «Авіа-2004».* – К.: НАУ – 2004. – С. 26.36 – 26.39.
7. *Сильвестров А. Н., Папченко О. М.* Многократноадаптивные системы идентификации. – К.: Техніка, 1983. – 111 с.
8. *Kesten H.* Accelerated stochastic approximation // *Ann. Math. Stat.* – 1958. – №29. – P. 41 – 59.

А. Н. Клипа, А. А. Туник

Определение начальных значений параметров для идентификации модели в пространстве состояний

Разработано методику применения метода наименьших квадратов к модели, описанной в пространстве состояний, для определения начальных значений неизвестных параметров, необходимых для идентификации модели в пространстве состояний методом максимального правдоподобия вместе с калмановской фильтрацией, на примере модели бокового движения беспилотного летательного аппарата.

A. M. Klipa, A. A. Tunik

Determination of initial parameter values for identification of state space model

Technique of application of least-squares method to a state space model to determine initial values of unknown parameters, which are necessary to identify a state space model by maximum likelihood method together with Kalman filtering, by the example of lateral motion model of Unmanned Aerial Vehicle is created.