

УДК 319.216

¹С. А. Лупенко, канд. техн. наук,
²Я. В. Литвиненко, канд. техн. наук,
³А. С. Сверстюк

СТАТИСТИЧНИЙ СУМІСНИЙ АНАЛІЗ КАРДІОСИГНАЛІВ НА ОСНОВІ ВЕКТОРА ЦИКЛІЧНИХ РИТМІЧНО ПОВ'ЯЗАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

^{1,2}Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя
³Тернопільський державний медичний університет ім. І. Я. Гобачевського
e-mail: ¹lupenko@ua.fm, ²lytvynenko@tstu.edu.te.ua, ³sverstyuk@rambler.ru

Розроблено статистичні методи аналізу синхронно зареєстрованих кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів та порівняно результати такого аналізу з методами оброблення кардіосигналів на основі їх моделі у вигляді вектора періодично пов'язаних випадкових процесів.

Вступ і постановка завдання. Робота серця як біофізичної системи супроводжується генеруванням електричних, магнітних та механічних (акустичних) полів, що у своїй просторово-часовій структурі відображають функціональний стан серцево-судинної системи людини і дозволяють проводити її діагностику. У праці [1] вказано, що окремо взятий функціональний метод дослідження серцево-судинної системи може дати уявлення переважно лише про одну якусь сторону її активності. Повну інформацію про активність серцево-судинної системи можна отримати лише за умови одночасного використання декількох методів автоматизованої діагностики на базі ЕОМ, а отримані дані повинні розглядати з єдиної точки зору. На переваги подібного комплексного підходу до діагностики стану серцево-судинної системи вказували автори багатьох наукових праць медичного спрямування: М. А. Куршаков, С. А. Кірілов, П. Е. Лукомський, А. А. Селідовкіна. Такий підхід дозволяє певним чином як уніфікувати автоматизовану обробку та моделювання різних за фізичною природою кардіосигналів, так і підвищити достовірність, повноту діагностики стану серця внаслідок використання однотипних діагностичних ознак для різних класів кардіосигналів. Сумісний аналіз кардіосигналів можна проводити лише за умови, що їх математичні моделі певним чином узгоджені між собою, мають подібну структуру.

Дослідженню аналітичних залежностей для імовірнісних характеристик синхронно зареєстрованих кардіосигналів, а також розробленню методів їх статистичного аналізу присвячено цю роботу.

Основна частина. Типовими прикладами синхронно зареєстрованих кардіосигналів є електрокардіограма та реограма, полікардіограма (електрокардіограма, сфігмограма та фонокардіограма), що синхронно зареєстровані від одного пацієнта. Приклади таких сигналів показано на рис. 1, 2.

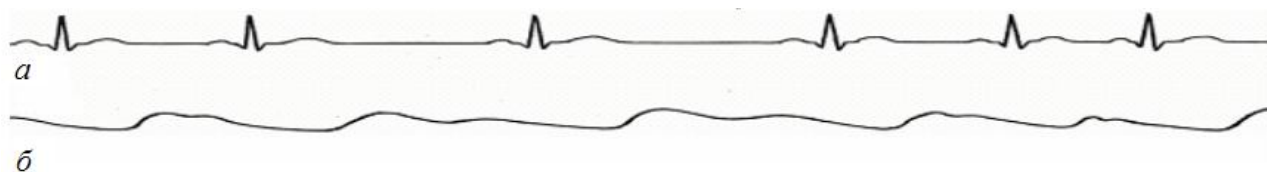


Рис. 1. Синхронно зареєстровані сигнали: а – електрокардіограма; б – реоенцефалограма

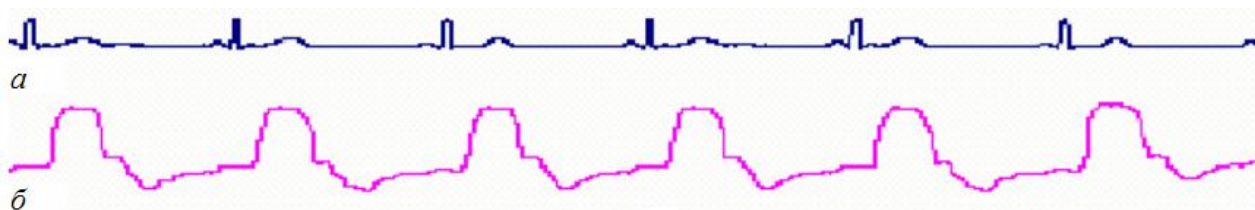


Рис. 2. Синхронно зареєстровані сигнали: а – електрокардіограма; б – сфігмограма

У працях [1; 2] показано слушність використання вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів як математичних моделей синхронно зареєстрованих кардіосигналів. Згідно з працею [1] наведемо означення вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів.

Означення 1. Вектор $\Theta_N(\omega, t)$ циклічних випадкових процесів $\{\xi_i(\omega, t), i = \overline{1, N}, \omega \in \Omega, t \in \mathbf{W}\}$ будемо називати вектором циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів, а самі циклічні процеси – ритмічно пов'язаними, якщо існує така функція $T(t, n)$, яка задовольняє умови функції ритму, що скінченновимірні вектори $\{\xi_{i_1}(\omega, t_1), \xi_{i_2}(\omega, t_2), \dots, \xi_{i_k}(\omega, t_k)\}$ та $\{\xi_{i_1}(\omega, t_1 + T(t_1, n)), \xi_{i_2}(\omega, t_2 + T(t_2, n)), \dots, \xi_{i_k}(\omega, t_k + T(t_k, n))\}$ $n \in \mathbf{Z}, i_1, \dots, i_k = \overline{1, N}$, де $\{t, \dots, t\}$ – множина сепарабельності вектора $\Theta_N(\omega, t)$, за всіх цілих $k \geq 1$ є стохастично еквівалентними у широкому розумінні.

Областю визначення $\mathbf{W}$ вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів може бути або впорядкована дискретна $\mathbf{W} = \mathbf{D} = \{t_{ml} \in \mathbf{R}, m \in \mathbf{Z}, l = \overline{1, L}\}$ або неперервна $\mathbf{W} = \mathbf{R}$ множина дійсних чисел. У випадку дискретності області визначення $\mathbf{W} = \mathbf{D}$ для її елементів є такий тип лінійного впорядкування: $t_{m_1 l_1} < t_{m_2 l_2}$, якщо $m_2 > m_1$, або якщо $m_2 = m_1$, а $l_2 > l_1$, в інших випадках $t_{m_1 l_1} > t_{m_2 l_2}$; $m_1, m_2 \in \mathbf{Z}$, $l_1, l_2 \in \overline{1, L}$. Причому $0 < t_{m, l+1} - t_{m, l} < \infty$.

Функція ритму $T(t, n)$ визначає закон зміни часових інтервалів між однофазними значеннями вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів. Функція ритму згідно з доведеною в праці [3] теореми задовольняє такі умови:

$$\begin{aligned} T(t, n) &> 0, \text{ якщо } n > 0 \quad (T(t, 1) < \infty); \\ T(t, n) &= 0, \text{ якщо } n = 0; \\ T(t, n) &< 0, \text{ якщо } n < 0, \quad t \in \mathbf{W}; \end{aligned} \quad (1)$$

для будь-яких $t_1 \in \mathbf{W}$ та $t_2 \in \mathbf{W}$, для яких $t_1 < t_2$, для функції $T(t, n)$ виконується строга нерівність

$$T(t_1, n) + t_1 < T(t_2, n) + t_2, \quad \forall n \in \mathbf{Z}; \quad (2)$$

функція $T(t, n)$ найменша за модулем ($|T(t, n)| \leq |T_\gamma(t, n)|$) серед усіх таких функцій $\{T_\gamma(t, n), \gamma \in \Gamma\}$, які задовольняють нерівності (1) та (2).

У частинному випадку, якщо функція ритму $T(t, n) = nT$ ($T = \text{const} > 0, n \in \mathbf{Z}$), то вектор $\Theta_N(\omega, t)$ будемо називати вектором T -періодично пов'язаних випадкових процесів.

Розглянемо властивості деяких імовірнісних характеристик вектора $\Theta_N(\omega, t)$ циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів. Так, для його сумісної k -вимірної функції розподілу

$$F_{k_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (x_1, \dots, x_k; t_1, \dots, t_k) = \\ = F_{k_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (x_1, \dots, x_k; t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + T(t_k, n)), i_1, \dots, i_k = \overline{1, N}, t_1, \dots, t_k \in \mathbf{W}, n \in \mathbf{Z}.$$

Змішана центральна моментна функція порядку $p = \sum_{j=1}^k R_j$:

$$r_{p_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (t_1, \dots, t_k) = \mathbf{M} \left\{ \left(\xi_{i_1}(\omega, t_1) - m_{\xi_{i_1}}(t_1) \right)^{R_1} \dots \left(\xi_{i_p}(\omega, t_k) - m_{\xi_{i_k}}(t_k) \right)^{R_k} \right\} = \\ = r_{p_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + T(t_k, n)), t_1, \dots, t_k \in \mathbf{W}, i_1, \dots, i_k = \overline{1, N}, n \in \mathbf{Z}.$$

Грунтуючись на результатах праці [4] розглянемо питання статистичного оцінювання сумісних імовірнісних характеристик вектора ритмічно та періодично пов'язаних циклічних випадкових процесів. Нехай маємо вектор $\Theta_N(\omega, t)$ циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\left\{ \xi_{i_j}(\omega, t), i = \overline{1, N}, \omega \in \Omega, t \in \mathbf{R} \right\}$ із функцією ритму $T(t, n)$. Нехай маємо моменти часу t_m та t_{m+1} , що відповідають початку та кінцю m -го циклу випадкового вектора $\Theta_N(\omega, t)$, тобто область визначення $\mathbf{W}_{u_m} = [t_m, t_{m+1})$ його m -го циклу. Для кожного набору $t_1, \dots, t_k$ із $\mathbf{W}_{u_m} \times \mathbf{R}^{k-1}$ будемо мати k стаціонарних та стаціонарно пов'язаних випадкових послідовностей:

$$\left\{ \phi_{t_j}(\omega, n) = \xi_{i_j} \left(\left(\omega, t_j + T(t_j, n) \right) \right), j = \overline{1, k}, i_j = \overline{1, N}, n \in \mathbf{Z}, t_1 \in \mathbf{W}_{u_m}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{R} \right\},$$

за реалізаціями яких і отримаємо статистичні оцінки сумісних багатовимірних функцій розподілу, щільностей розподілу, характеристичних функцій та моментних функцій вектора ритмічно пов'язаних циклічних випадкових процесів.

Оцінка, що збігається в середньоквадратичному сенсі до k -вимірної сумісної функції розподілу $F_{k_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k)$ вектора $\Theta_N(\omega, t)$ циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів:

$$F_{k_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}} (x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) = \\ = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \cdot \sum_{n=-M}^M \prod_{j=1}^k H \left(x_j - \xi_{i_j}(\omega, t_j + T(t_j, n)) \right), t_1 \in \mathbf{W}_{u_m}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{R}, i_j = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Оцінка, що збігається до змішаної центральної моментної функції порядку $p = \sum_{j=1}^k R_j$:

$$r_{k_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_p}}} (t_1, \dots, t_p) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M} \times \\ \times \sum_{n=-M}^M \left[\left(\xi_{i_1}(\omega, t_1 + T(t_1, n)) - m_{\xi_{i_1}}(t_1 + T(t_1, n)) \right)^{R_1} \times \dots \times \left(\xi_{i_k}(\omega, t_k + T(t_k, n)) - m_{\xi_{i_k}}(t_k + T(t_k, n)) \right)^{R_k} \right], \quad (4) \\ t_1 \in \mathbf{W}_{u_m}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{R}.$$

Якщо $p = 2$, $k = 2$, $r_{\xi_{i_1} \xi_{i_2}}(t_1, t_2)$, $t_1 \in \mathbf{W}_{\text{цм}}$, $t_2 \in \mathbf{R}$ є взаємною кореляційною функцією циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів $\xi_1(\omega, t)$ та $\xi_2(\omega, t)$ на області $\mathbf{W}_{\text{цм}} \times \mathbf{R}$.

Записані вище статистичні оцінки дозволяють оцінити ймовірнісні характеристики вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів не на всій часовій області їх визначення $\mathbf{R}^k$, а лише на області $\mathbf{W}_{\text{цм}} \times \mathbf{R}^{k-1}$. Однак можна легко показати, що ці статистики достатньо знати на області $\mathbf{W}_{\text{цм}} \times \mathbf{R}^{k-1}$, щоб за відомою функцією ритму $T(t, n)$ отримати їх значення на всій часовій області визначення $\mathbf{R}^k$ статистики.

Так, для багатовимірних сумісних функцій розподілу $F_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(x_1, \dots, x_k; t_1, \dots, t_k)$ вектора $\Theta_N(\omega, t)$ маємо:

$$\begin{aligned} F_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(x_1, \dots, x_k, t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + T(t_k, n)) = \\ = F_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k), t_1 \in \mathbf{W}_{\text{цм}}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для змішаної центральної моментної функції порядку $p = \sum_{j=1}^k R_j$ маємо:

$$r_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(t_1 + T(t_1, n), \dots, t_k + T(t_k, n)) = r_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(t_1, \dots, t_k), t_1 \in \mathbf{W}_{\text{цм}}, t_2, \dots, t_k \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{Z}. \quad (6)$$

У формулах (5) та (6), коли n пробіжить усі цілі числа, а часові аргументи наберуть значень з області $\mathbf{W}_{\text{цм}} \times \mathbf{R}^{k-1}$, то ймовірнісні характеристики $F_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(x_1, \dots, x_k; t_1, \dots, t_k)$ та $r_{\xi_{i_1} \dots \xi_{i_k}}(t_1, \dots, t_k)$ будуть задані на всій часовій області їх визначення $\mathbf{R}^k$.

На практиці, звичайно, завжди реєструється декілька циклів синхронно зареєстрованих кардіосигналів, а тому, виконуючи їх статистичний аналіз, слід скористатися обмеженою кількістю усереднень у формулах (3) та (4).

Для підтвердження більшої ефективності оброблення синхронно зареєстрованих кардіосигналів на базі моделі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів порівняно з методами оброблення, які ґрунтуються на моделі у вигляді вектора періодично пов'язаних випадкових процесів, було виконано серію експериментів з оброблення кардіосигналів різної фізичної природи, зокрема, електрокардіограми та реограми, реалізації яких зображено на рис. 3.

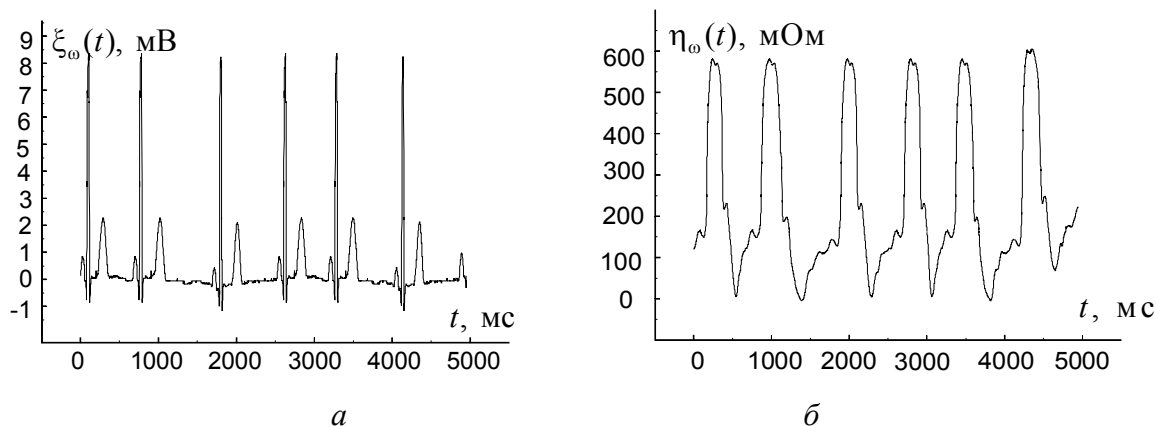


Рис. 3. Декілька циклів синхронно зареєстрованих кардіосигналів (електрокардіограма (а), інтегральна реограма (б))

Графіки реалізацій оцінювання ймовірнісних характеристик (математичного сподівання, дисперсії, автокореляційної та взаємкореляційної функцій) електрокардіо-сигналу та інтегральної реограми у разі їх сумісного оброблення на основі двох моделей – вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів із змінним ритмом та вектора періодично пов'язаних випадкових процесів – показано на рис. 4 – 11.

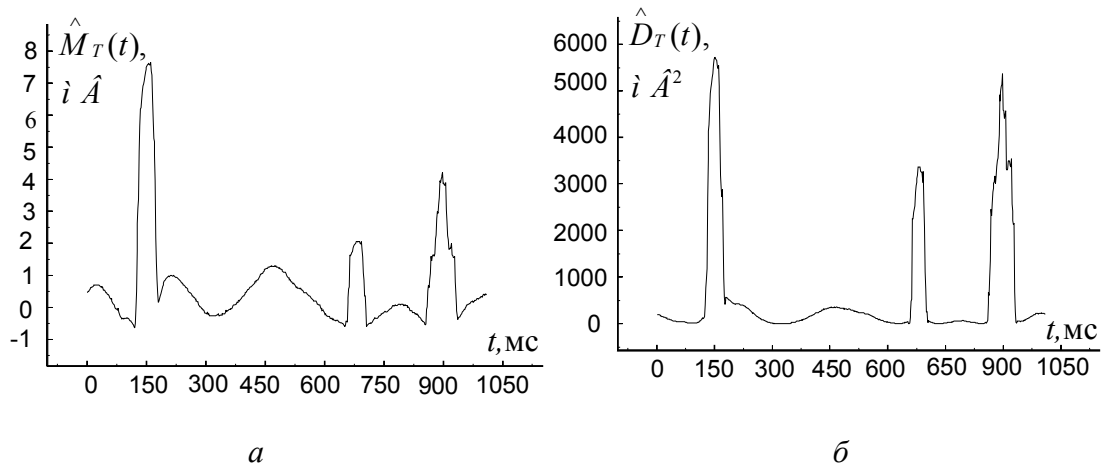


Рис. 4. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання (а) та дисперсії (б) електрокардіограми у разі її оброблення на основі періодичного випадкового процесу

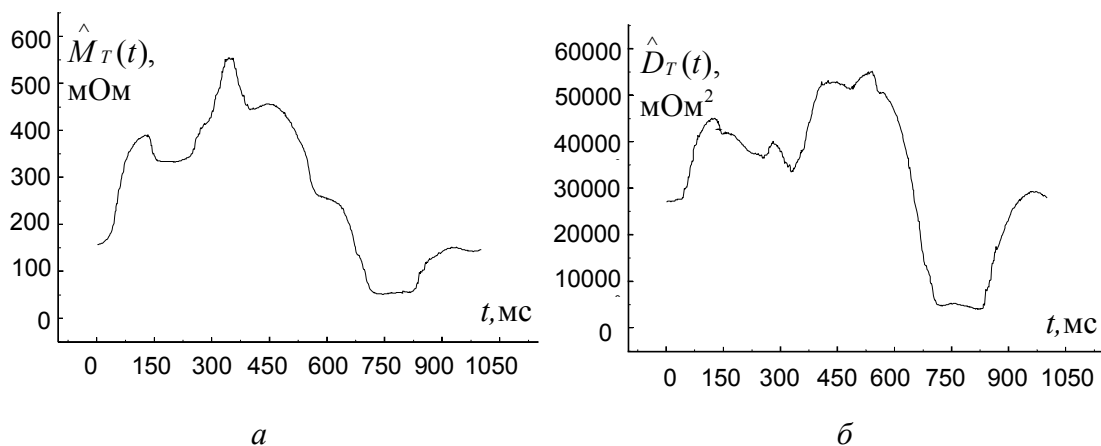


Рис. 5. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання (а) та дисперсії (б) інтегральної реограми у разі її оброблення на основі періодичного випадкового процесу

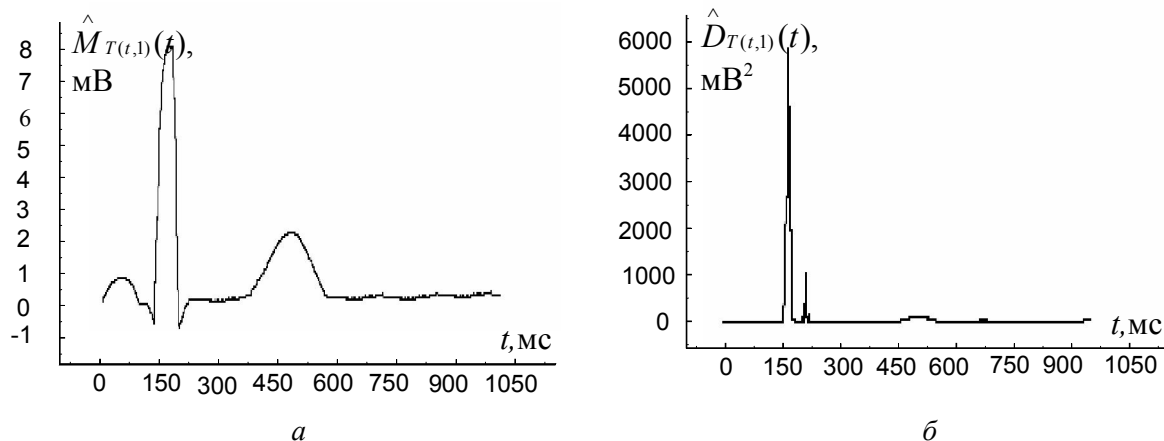


Рис. 6. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання (а) та дисперсії (б) електрокардіограми у разі її оброблення на основі циклічного випадкового процесу

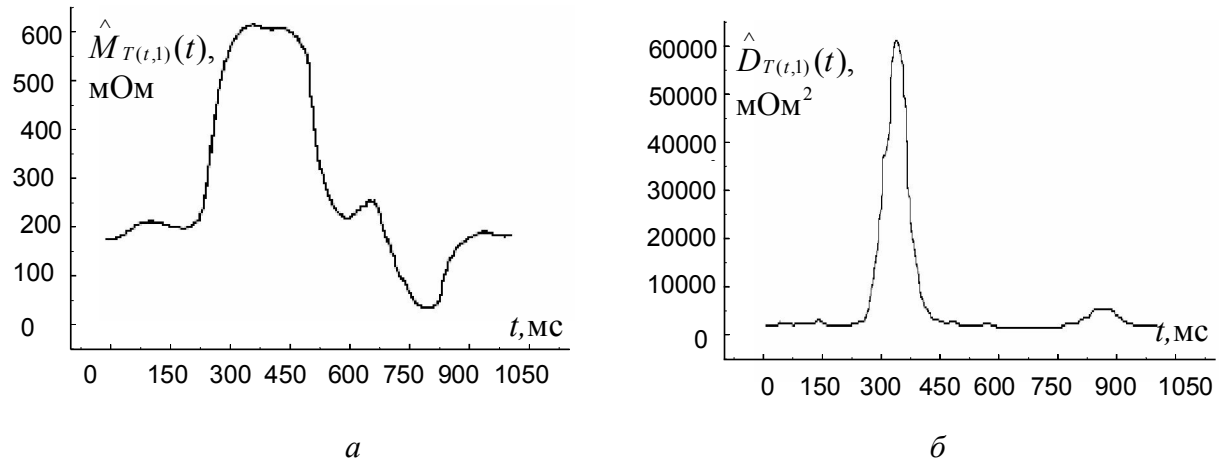


Рис. 7. Реалізації статистичних оцінок математичного сподівання (а) та дисперсії (б) реограми у разі її оброблення на основі циклічного випадкового процесу

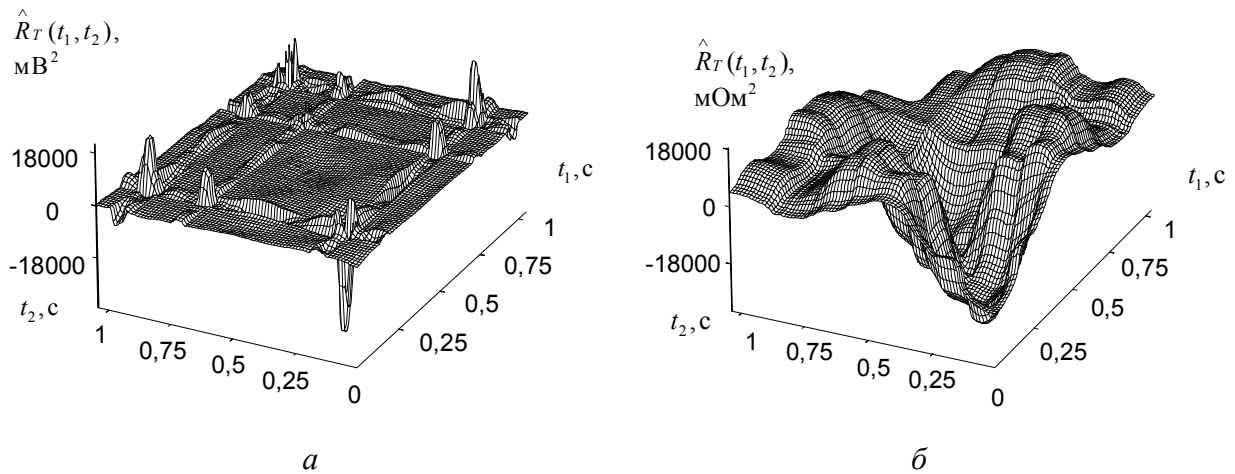


Рис. 8. Реалізації статистичних оцінок автокореляційних функцій електрокардіограми (а) та реограми (б) у разі їх оброблення на основі вектора періодично пов'язаних випадкових процесів

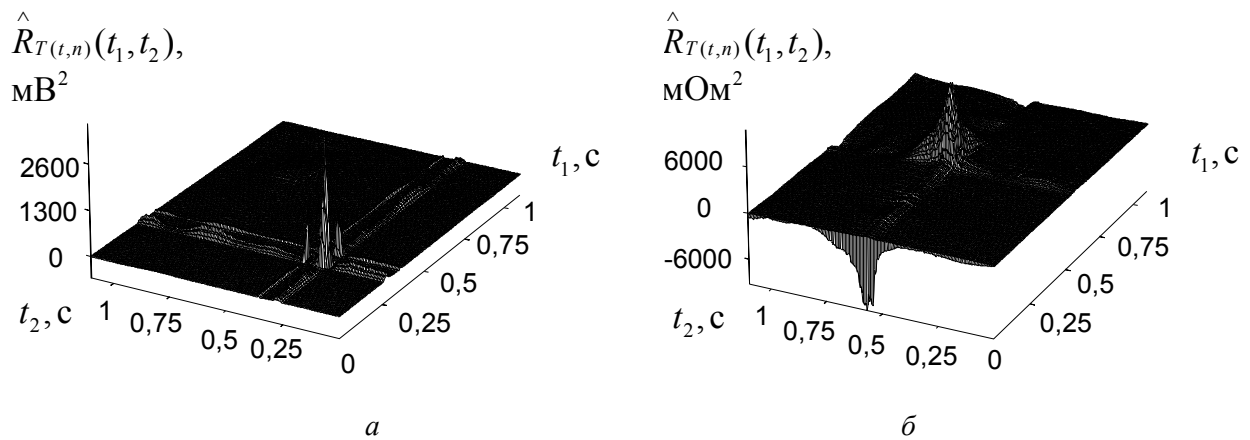


Рис. 9. Реалізації статистичних оцінок автокореляційних функцій електрокардіограми (а) та реограми (б) у разі їх оброблення на основі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів

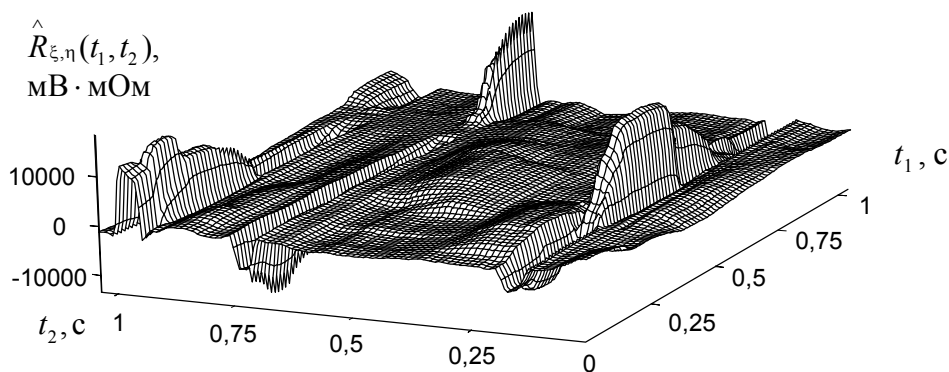


Рис. 10. Реалізація статистичної оцінки взаємно кореляційної функції електрокардіограми та реограми у разі їх оброблення на основі вектора періодично пов'язаних випадкових процесів

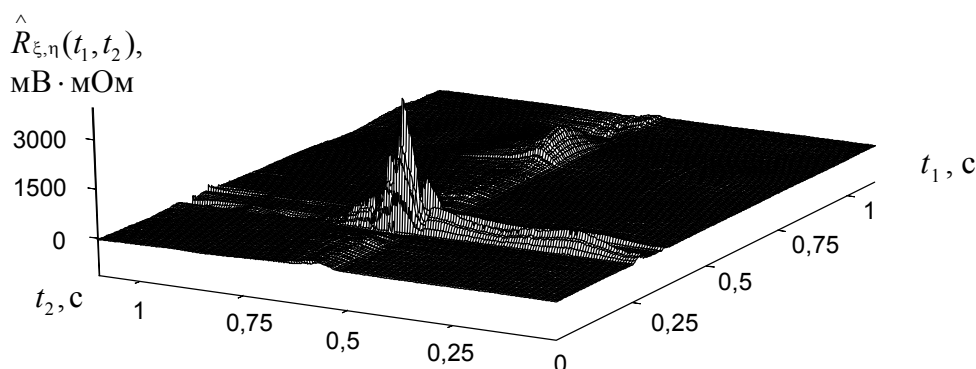


Рис. 11. Реалізація статистичної оцінки взаємно кореляційної функції електрокардіограми та реограми у разі їх оброблення на основі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів

Як видно з рис. 4 – 11, методи статистичної обробки на основі вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів із змінним ритмом суттєво усувають негативний ефект “розмивання” статистичних оцінок, що яскраво виражений у результатах статистичної обробки на базі вектора періодично пов'язаних випадкових процесів. Це обґрунтовується тим, що запропоновані методи враховують мінливий характер ритму досліджуваних кардіосигналів. Зокрема, значення оцінок дисперсії електрокардіограми та реограми, які можуть служити критерієм точності їх статистичної обробки, для нового методу є значно меншими порівняно зі значеннями оцінок дисперсії вектора періодично пов'язаних випадкових процесів.

Висновки. Розроблено статистичні методи сумісного аналізу синхронно зареєстрованих кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді вектора циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів та встановлено переваги такого методу аналізу порівняно з методами оброблення кардіосигналів на основі їх моделі у вигляді вектора періодично пов'язаних випадкових процесів.

Список літератури

1. Лупенко С., Студена Ю. Математичне моделювання сигналів серця в задачах технічної кардіометрії на базі їх моделі у вигляді циклічного випадкового процесу // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2006. – Т. 11, №1. – С. 134 – 142.
2. Лупенко С., Литвиненко Я., Сверстюк А. Сумісна статистична обробка синхронно зареєстрованих кардіосигналів на базі їх моделі у вигляді циклічних ритмічно пов'язаних випадкових процесів.

- пов'язаних випадкових процесів // Тези доп. XII наук. конф. ТДТУ ім. І. Пулюя, 14 – 15 травня 2008 р. – 111 с.
3. Лупенко С. Циклічне функціональне відношення як основа математичного формалізму теорії моделювання та аналізу циклічних сигналів // Вісн. Терноп. держ. техн. ун-ту. – 2007. – Т. 12, №3. – С. 183 – 195.
 4. Лупенко С. Статистичні методи сумісної обробки сукупності ритмічно пов'язаних циклічних випадкових процесів // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький: Навч. кн. – 2005. – №1. – С. 80 – 84.

С. А. Лупенко, Я. В. Литвиненко, А. С. Сверстюк

Статистический совместный анализ кардиосигналов на основе вектора циклических ритмически связанных случайных процессов

Разработаны статистические методы анализа синхронно зарегистрированных кардиосигналов на базе их модели в виде вектора циклических ритмически связанных случайных процессов и проведено сравнение результатов анализа с методами обработки кардиосигналов на основе их модели в виде вектора периодически связанных случайных процессов.

S. A. Lupenko, Ya. V. Lytvynenko, A. S. Sverstyuk

The statistic common cardiosignals' analysis on the basis of vector of cyclic rhythmically connected stochastic processes

The statistic methods of analysis of synchronously registered cardiosignals on the basis of vector model of cyclic rhythmically connected stochastic processes are elaborated in this paper. The results of the analysis are compared with the methods of cardiosignals processing taking into account the vector model of periodically connected stochastic processes.