

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

УДК 681.518.3(045)

В. П. Подольський,
В. М. Синєглазов д-р техн. наук, проф.**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АВАРІЙНИХ СИТУАЦІЙ СИСТЕМИ
ПЛИТА–ОБ’ЄКТ**Институт аэрокосмических систем управления НАУ, e-mail: iacs@nau.edu.ua

Проаналізовано аварійні ситуації під час підняття фундаментних плит на задану висоту та запропоновано математичні моделі статичної і динамічної поведінки, а також рішення щодо нейтралізації аварійних ситуацій.

Ключові слова: фундаментна плита, математична модель, аварійна ситуація, переміщення, автоматизована система.

Актуальність дослідження. У зв’язку з триваючим ускладненням устаткування, використовуваного в космічній галузі, а також значними зовнішніми навантаженнями на нього, виникає небезпека аварійних ситуацій, які потребують негайного вирішення. До складу цього устаткування входять випробувальні стенди – фундаментні плити, що мають велику просторову довжину і масу. Автоматизоване підняття таких плит зумовлено значними навантаженнями на гідроопори, які забезпечують це підняття. Розрив гідроопор може спричинити перекидання або зісковзування плити, що може призвести до людських жертв і значного пошкодження випробуваного устаткування. З огляду на те, що процес розриву гідроопор може мати ланцюговий характер, необхідно виконати аналіз можливих наслідків їх розриву і вироблення оптимальних рішень, які без участі оператора будуть швидко прийняті промисловим комп’ютером і реалізовані системою автоматичного контролю.

Постановка завдання. Потрібно виконати аналіз сил і моментів, що діють на стенд, та проаналізувати аварійні ситуації, запропонувати рішення щодо їх нейтралізації.

Описова модель стенда. Об’єктами, положення яких необхідно контролювати та коригувати відносно стоянкових упорів, розташованих на фундаменті чи будівельних конструкціях випробувального корпусу, є:

- фундамент стенда 1;
- фундамент стенда 2;
- досліджуваний великогабаритний виріб, розміщений у вертикальному положенні на вертикальній пневмоопорі (ВПО), що установлена на одній з фундаментних плит (ФП) стенда 1.

Фундамент стенда 1 являє собою 2 ФП – залізобетонних блоків з розмірами 15000×8000×5500 мм та масою 1100 т кожний.

Фундамент стенда 2 – це залізобетонний блок з розмірами 5000×5000×4500 мм та масою 260 т кожний.

У неробочому стані ФП розміщені на стоянкових упорах, які встановлені на силовій підлозі випробувального залу.

Робочий стан ФП – підняття у вертикальному напрямі над упорами на 50 ± 10 мм.

Максимально допустиме за умови безпечної експлуатації обладнання підняття ФП становить 100 мм.

Підняття ФП стенда 1 забезпечується 10 вертикальними пневмоопорами з максимальним робочим тиском повітря 7,5 МПа, а стенда 2 – 4 ВПО з максимальним робочим тиском повітря 2,5 МПа.

Утримання заданого положення ФП у горизонтальній площині реалізується:

- у стенді 1 – 30 горизонтальними пневмоопорами (ГПО) з робочим тиском до 0,5 МПа;
- у стенді 2 – 8 ГПО з робочим тиском до 0,5 МПа.

Пневмозабезпечення ВПО та ГПО стендів реалізується за допомогою електропневмопультів. Кожний пульт має чотири ідентичні канали.

Кожний канал забезпечує:

- редукування тиску повітря, що подається в пульт у діапазоні 0,5 – 7,5 МПа;
- подачу повітря в пневмоамортизатори через електропневмоклапани, нормально-закритий;
- контроль тиску до редуктора і тиску подачі в пневмоамортизатор;
- контроль тиску в пневмоамортизаторі;
- дренаж повітря із пневмоамортизатора за допомогою вентиля;
- дренаж повітря із пневмоамортизатора через електропневмоклапани, нормальновідкритий;
- дренаж повітря із пневмоамортизатора через запобіжний клапан.

Вертикальні пневмоопори кожної із ФП стенда 1 підключені до чотирьох каналів пульта електропневмопульта за несиметричною схемою:

- 1-й канал – ВПО 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9;
- 2-й канал – ВПО 5;
- 3-й канал – ВПО 6;
- 4-й канал – ВПО 10.

Таким чином, канал 1 є основним, його ВПО можуть підняти ФП над стоянковими упорами. Вертикальні пневмоопори каналів 2, 3, 4 виконують, коригуючи дію на ФП.

З'єднання ГПО кожної ФП з електропневмопультом виконано за симетричною схемою. Канали 1, 2 забезпечують віброізоляцію, коригування положення та утримання ФП у поздовжньому, а канали 3, 4 – у поперечному напрямках.

На стенді 2 кожний канал електропневмопульта підключений до одного ВПО. Вертикальні пневмоопори та ГПО під ФП розташовані симетрично.

Сили і моменти, що діють на стенд. Сили, що діють на стенд, показано на рис. 1.

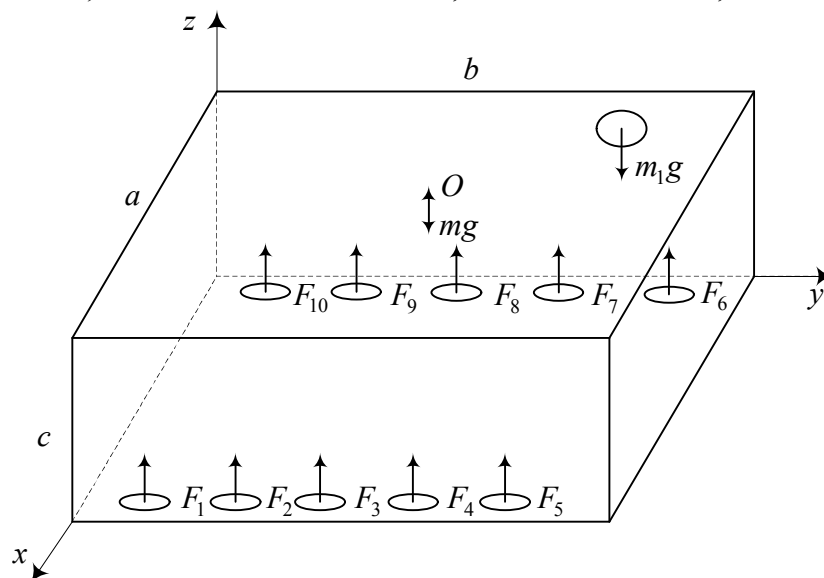


Рис. 1. Розподіл сил і моментів, що діють на стенд

Умови рівноваги тіла:

1. тіло може перебувати в рівновазі, якщо сума проекцій всіх прикладених до нього сил дорівнює нулю;
2. тіло може перебувати в рівновазі, якщо сума моментів сил, що діє на нього, дорівнює нулю.

Нехай ненульова тільки z -компонента сил

$$F_i = (0, 0, F_{iz}), \quad (1)$$

де i – номер сили (номер пневмоопори).

Умова моментів, що діє на стенд:

$$\sum_{k=1}^{10} F_i = mg + m_1 g, \quad (2)$$

де m, m_1 – відповідно маса стенда та маса досліджуваного виробу.

Умова моментів, що діє на стенд:

$$\sum_{k=1}^{10} \vec{N}_i + \vec{N}_{mg} + \vec{N}_{m_1 g} = 0. \quad (3)$$

Застосуємо умови (2) та (3) відносно центра мас стенда, тобто відносно точки O . Координати центра мас у випадку однорідної прямокутної пластини будуть $O(a/2, b/2, c/2)$. Точка A – це точка, до якої прикладена, наприклад, сила 1, має координати $A(x_1, y_1, 0)$, чи в загальному випадку $A(x_i, y_i, 0), 0 \leq x_i \leq a, 0 \leq y_i \leq b$. За дефініцією момент сили $\vec{N} = [\vec{r} \times \vec{F}]$.

Відносно точки O момент сили тяжіння стенда дорівнює нулю. Тоді $\sum_{k=1}^{10} \vec{N}_i + \vec{N}_{m_1 g} = 0$;

$\vec{r}_i$ – радіус-вектор з точки O в точку, до якої прикладено силу $\vec{r}_i = (x_i - a/2, y_i - b/2, -c/2)$;

$$\vec{N}_i = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ 0 & 0 & F_{iz} \end{vmatrix} = \vec{i} r_2 F_{iz} - \vec{j} r_1 F_{iz};$$

$$\vec{N}_i = ((y_i - b/2) F_{iz}, -(x_i - a/2) F_{iz}, 0), \quad (4)$$

де $\vec{N}_i$ – момент i -ї сили відносно центра мас; x_i, y_i – координати точки, до якої прикладено i -ту силу; F_{iz} – i -та сила.

Нехай (x_a, y_a, z_a) – координати центра мас досліджуваного виробу. Тоді $\vec{N}_{m_1 g} = (-(y_a - b/2) m_1 g, (x_a - a/2) m_1 g, 0)$ – момент сили тяжіння виробу відносно центра мас стенда.

Для розрахунку моментів сил використовують формулу (4). Легко бачити, що z -проекція моменту сил дорівнює нулю. Нехай $mg, m_1 g$ (сила тяжіння стенда та виробу); x_i, y_i, a, b, c (параметри стенда); $F_1, F_2, F_3, F_4, F_7, F_8, F_9$ – сили пневмоопору основного каналу – відомі, тоді дані дві умови зводяться до системи трьох рівнянь:

рівняння сил

$$F_5 + F_6 + F_{10} + F_\Sigma = mg + m_1 g, \quad (5)$$

де F_Σ – сума сил в основному каналі;

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 5, 6, 10}}^{10} (y_i - b/2) F_i - (y_a - b/2) m_1 g + (y_5 - b/2) F_5 + (y_6 - b/2) F_6 + (y_{10} - b/2) F_{10} = 0, \quad (6)$$

x -проекція моменту сил дорівнює нулю:

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 5, 6, 10}}^{10} (x_i - a/2) F_i - (x_a - a/2) m_1 g + (x_5 - a/2) F_5 + (x_6 - a/2) F_6 + (x_{10} - a/2) F_{10} = 0, \quad (7)$$

y -проекція моменту сил дорівнює нулю; z -проекція завжди дорівнює нулю за умови (1).

У результаті отримали систему трьох рівнянь (5) – (7) з трьома невідомими, керувальними силами: F_5, F_6, F_{10} .

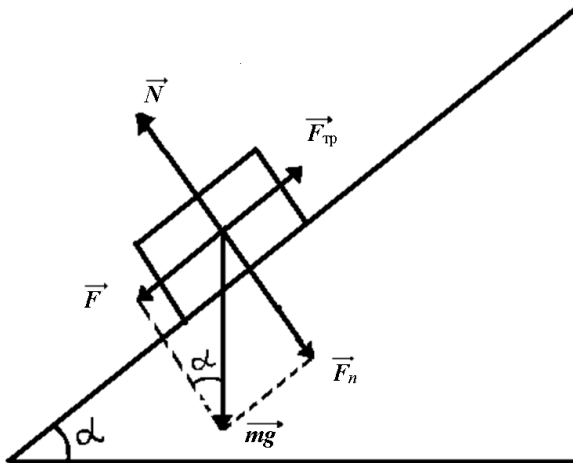


Рис. 2. Визначення кута похилої площини

Відпрацювання аварійних ситуацій.

Визначення кута похилої площини, за якого тіло починає рухатися по ній, та знаходження критичного кута, за якого тіло буде мати нестійке положення.

Рівняння руху тіла масою m по похилій площині з кутом нахилу α (рис. 2) має згідно з другим законом Ньютона вигляд $ma = F_{\text{тр}} + N + mg$. Оскільки $F = mg \sin(\alpha)$, $F_{\text{тр}} = \mu F_n = \mu mg \cos(\alpha)$, отримуємо для прискорення a , з яким рухається тіло, формулу $a = g(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha))$. За руху тіла з постійною швидкістю

прискорення $a = \frac{dv}{dt} = 0$ і коефіцієнт тертя ков-

зання $\mu = \tan(\alpha)$. Саме це співвідношення пов'язує коефіцієнт тертя спокою з кутом, за якого починає рухатися по похилій площині. Коефіцієнт тертя дотичних речовин, якщо вони сталеві, є $\mu = 0,1 \dots 0,15$. Тоді критичний кут $\alpha = 5,7^\circ \dots 8,5^\circ$.

Умова рівноваги тіла під дією сили тяжіння визначається положенням центра мас. Положення тіла стійке, якщо опущена з його центра мас вертикаль проходить усередині контура, який утворений точками опори. В протилежному випадку положення тіла нестійке. Мірою стійкості тіла є величина моменту, що приводить до його перекидання. Перекидальна

сила F визначається рівністю $F = mg \frac{l}{h}$, де mg – сила тяжіння тіла; l – відстань від проекції

центра мас на площину опори до осі перекидання; h – відстань точки прикладення перекидальної сили від площини опори. Загальна умова стійкої рівноваги: якщо центр тяжіння тіла займає найнижче положення з усіх можливих, то рівновага стійка. Використовуючи формулу для наведеного прискорення, отримуємо

$mg(\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha)) = mg \frac{l}{h}$, чи $\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha) = \frac{l}{h}$. Після перетворень отримуємо

$(\mu^2 + 1) \cos^2(\alpha) + \frac{2\mu l}{h} \cos(\alpha) + \frac{l^2}{h^2} - 1 = 0$. Розв'язуючи це квадратне рівняння відносно $\cos(\alpha)$,

знаходимо граничний кут, за якого положення тіла буде нестійке відносно перекидання

$\alpha = \arccos \left(\frac{-\mu l}{h(\mu^2 + 1)} \pm \frac{\sqrt{h^2(\mu^2 + 1) - l^2}}{h(\mu^2 + 1)} \right)$. Наприклад, для сталюого тіла циліндричної форми з

радіусом основи 3 м та висотою 30 м цей кут буде становити $\alpha = 11,4^\circ$.

Аналіз аварійних ситуацій. Ідеться про моделювання виходу з ладу різних каналів. Вхідні параметри моделювання – довжина фундаменту по осі X – 50 одиниць, по Y – 100, маса – 1100 одиниць, маса вантажу – 72 одиниці. Вихідні параметри – значення вантажопідйомності працюючих каналів для збереження максимальної горизонтальності платформи.

1. *Вихід з ладу першого каналу.* Ситуація надзвичайно критична і залежить від місця розташування вантажу. На графіку (рис. 3) показано значення вантажопідйомності для третього каналу в разі виходу з ладу першого каналу. На другий та четвертий канали припадає майже п'ятикратне навантаження. Якщо місце розташування на цьому графіку відповідає стороні розташування першої пневмоопори – ситуація некерована і плита перевернеться в бік першої пневмоопори. Якщо вантаж розташований в центрі платформи,

то тиск у третьому каналі необхідно миттєво знизити до нуля, щоб компенсувати момент сил. Як тільки тиск у третьому каналі став рівним нулю, то одночасно зменшується тиск в другому та четвертому каналах за умови, що пневмоопори миттєво не зламаються (рис. 3).

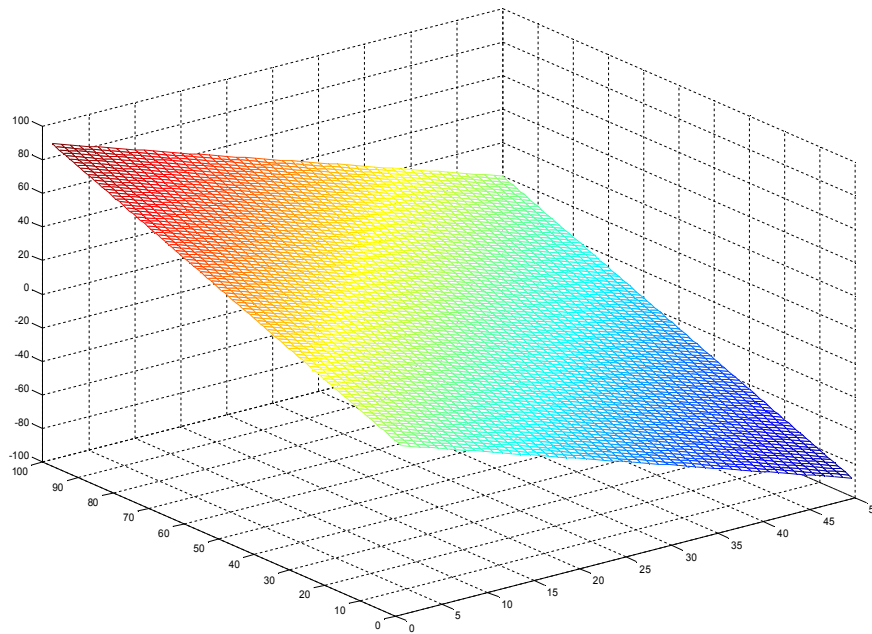


Рис. 3. Графік значення вантажопідйомності для третього каналу в разі виходу з ладу першого каналу

2. *Вихід з ладу другого каналу.* Значення вантажопідйомності першого каналу за довільного розташування вантажу показано на рис. 4.

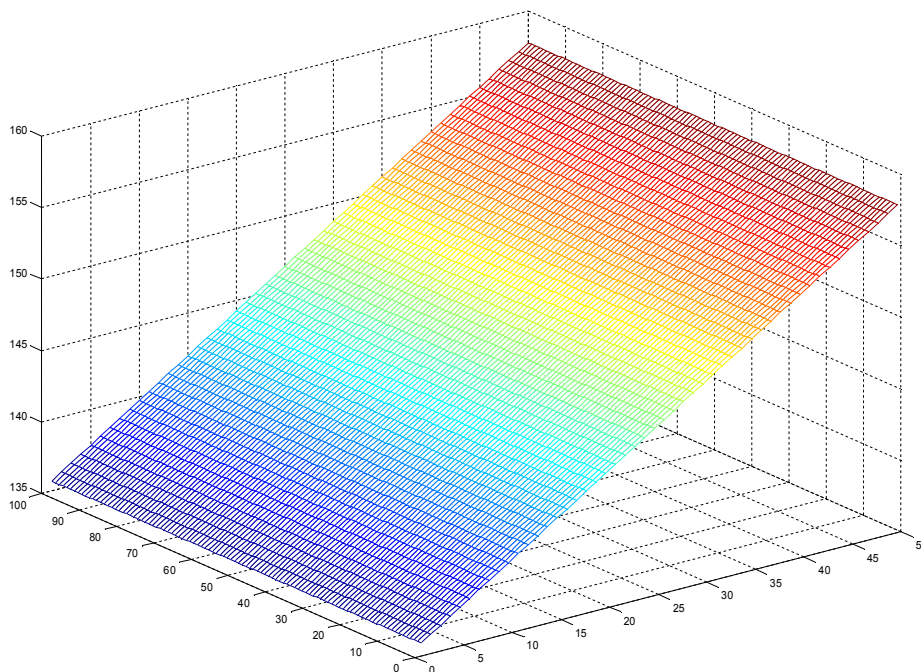


Рис. 4. Графік значення вантажопідйомності першого каналу за довільного розташування вантажу

Значення вантажопідйомності третього каналу за довільного розташування вантажу показано на рис 5.

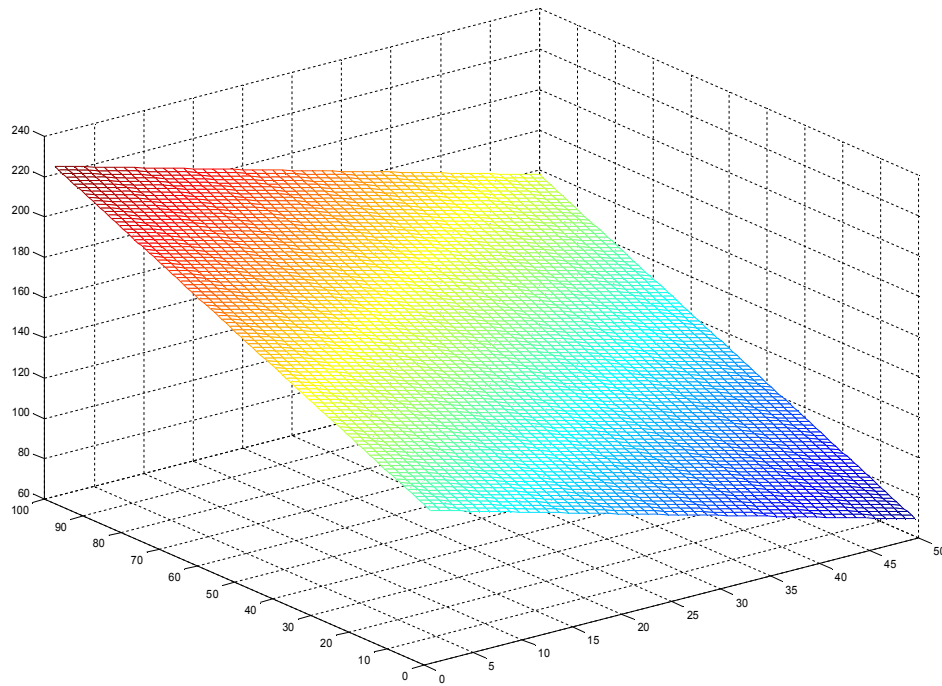


Рис. 5. Графік значення вантажопідйомності третього каналу за довільного розташування вантажу

Значення вантажопідйомності четвертого каналу за якогось розташування вантажу показано на рис 6. Від'ємні значення свідчать про те, що момент, який виник за такого положення вантажу, компенсувати не вдасться, навіть якщо тиск в каналі стане нульовий.

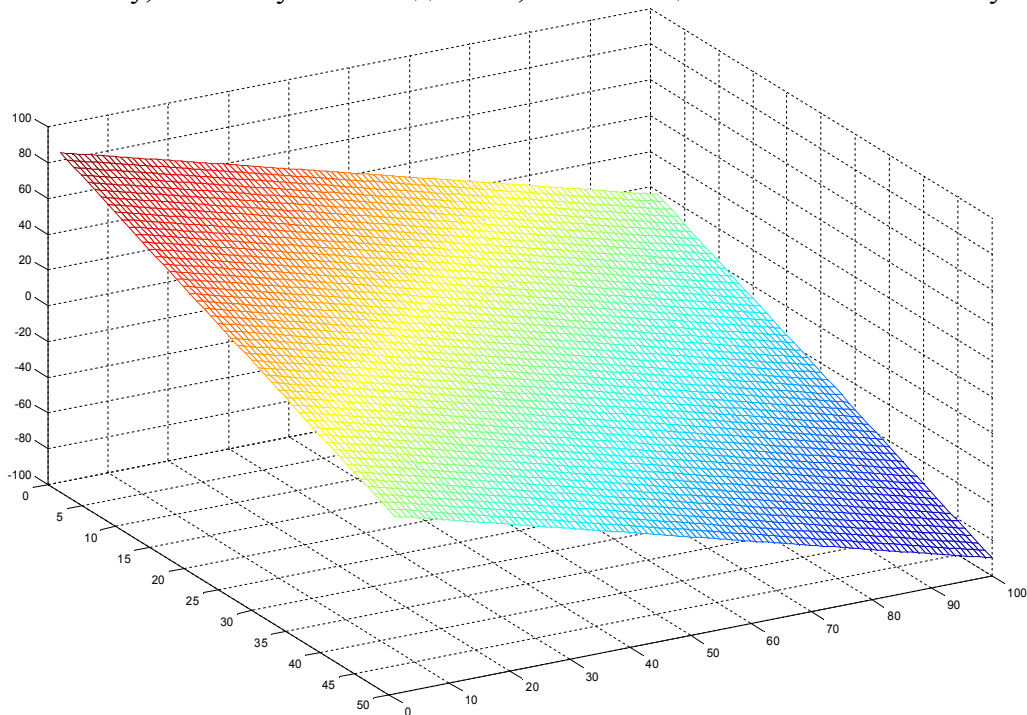


Рис. 6. Графік значення вантажопідйомності четвертого каналу за довільного розташування вантажу

У разі відмови другого каналу та центральносиметричного розташування вантажу необхідно відключити четвертий канал, тиски при цьому в першому та третьому каналах однакові.

3. *Вихід з ладу третього каналу.* Значення вантажопідйомності першого каналу в разі довільного розташування вантажу показано на рис. 7. Від'ємні значення (правий край рис. 7)

свідчать про те, що момент, який виник за такого положення вантажу, компенсувати не вдасться, навіть якщо тиск в першому каналі стане нульовий.

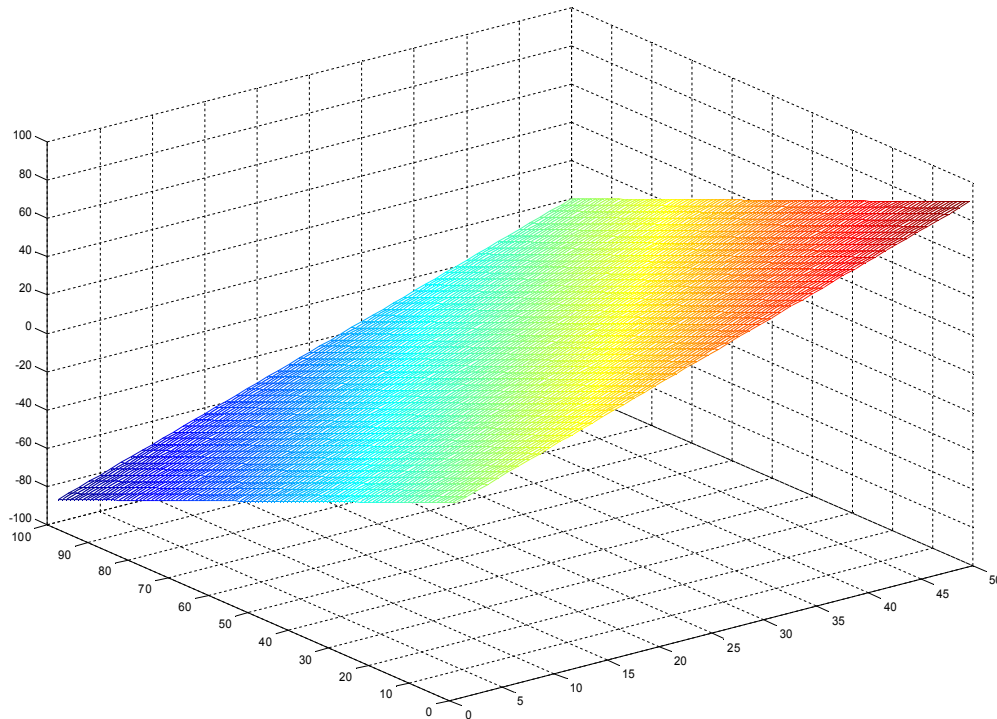


Рис. 7. Графік значення вантажопідйомності першого каналу в разі довільного розташування вантажу

Значення вантажопідйомності другого каналу в разі довільного розташування вантажу показано на рис. 8. Нереально великі значення математично нібито компенсують від'ємні значення першого каналу.

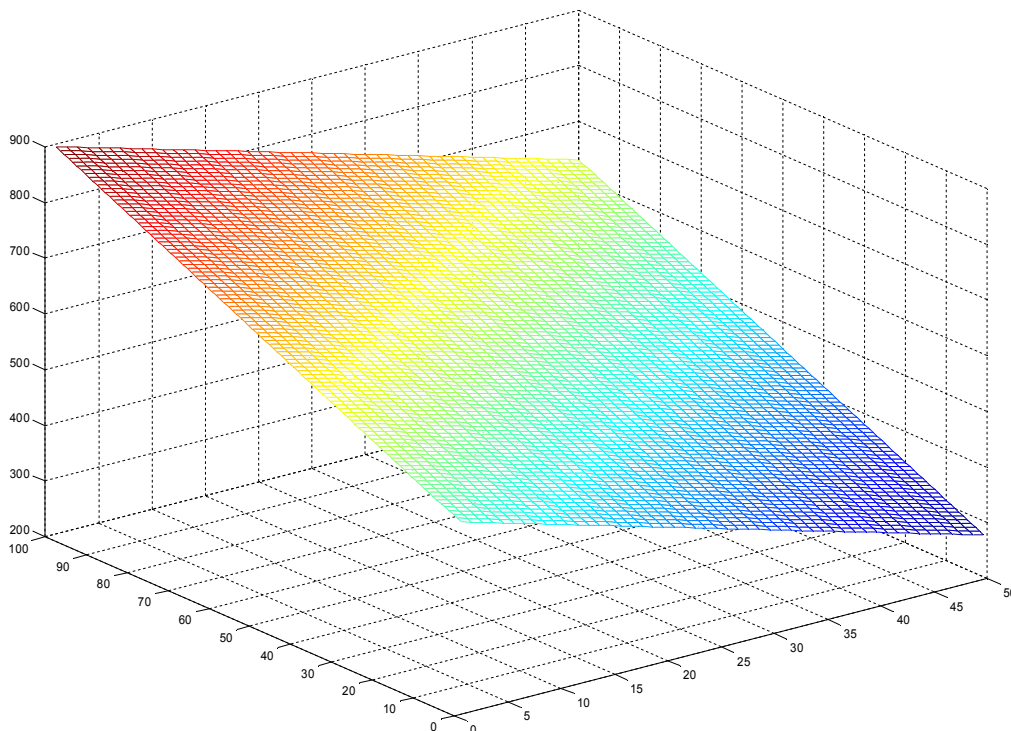


Рис. 8. Графік значення вантажопідйомності другого каналу в разі довільного розташування вантажу

За центральносиметричного розташування вантажу та відмови третього каналу теоретично для запобігання перекидання платформи необхідно вимкнути перший канал та п'ятикратно навантажити другий і четвертий канали. Тобто в разі відмови третього каналу ситуація досить складна (рис. 9).

4. Відмова четвертого каналу. Значення вантажопідйомності першого каналу в разі довільного розташування вантажу показано на рис. 10.

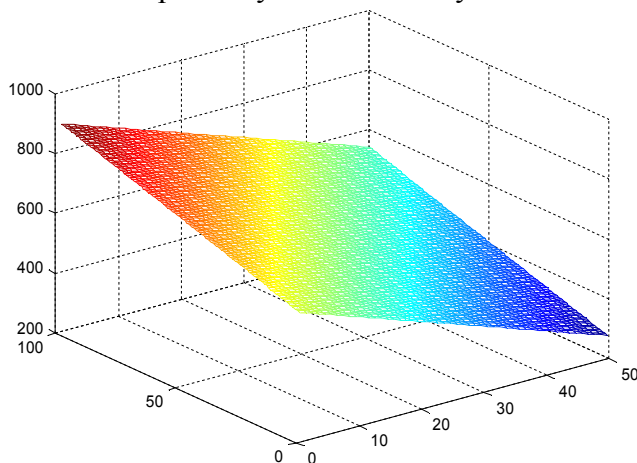


Рис. 9. Графік значення вантажопідйомності у разі центральносиметричного розташування вантажу та відмови третього каналу

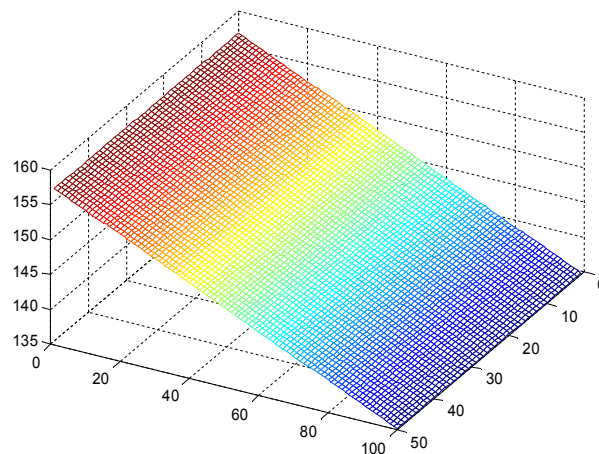


Рис. 10. Графік значення вантажопідйомності першого каналу у разі довільного розташування вантажу та відмови четвертого каналу

Значення вантажопідйомності другого каналу в разі довільного розташування вантажу показано на рис. 11. Від'ємні значення (правий край рисунка) свідчать про те, що момент, який виник за такого положення вантажу, компенсувати не вдасться, навіть якщо тиск у другому каналі стане нульовий.

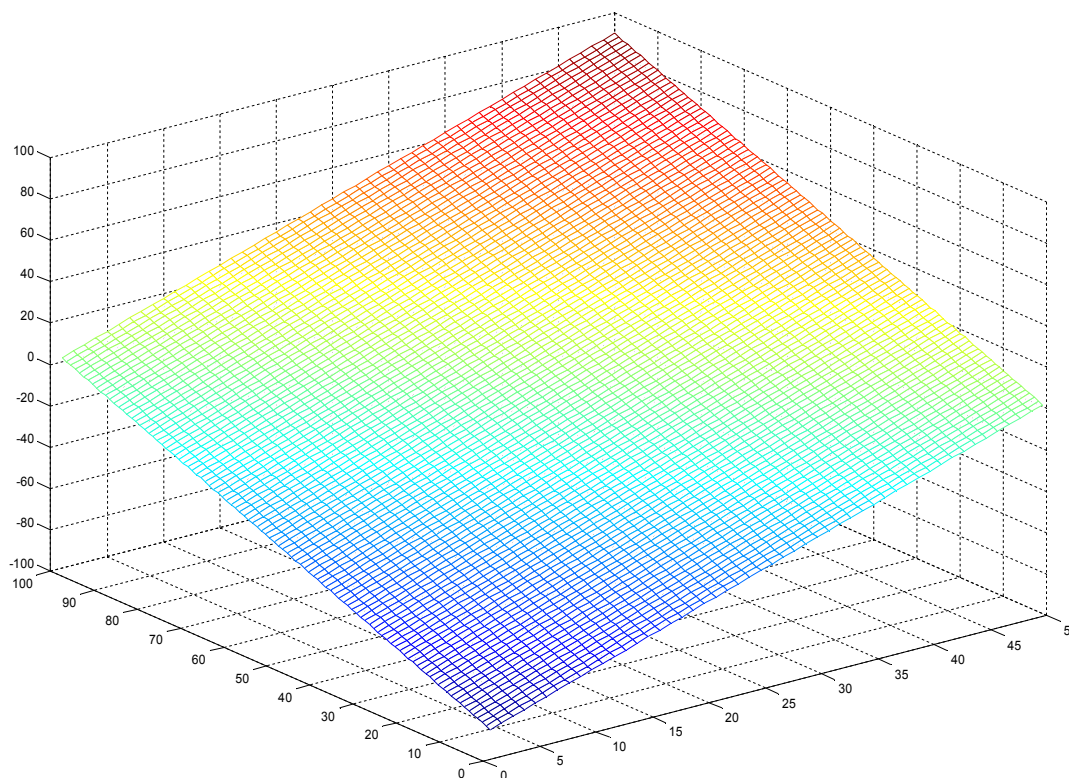


Рис. 11. Графік значення вантажопідйомності другого каналу у разі довільного розташування вантажу та відмови четвертого каналу

Значення вантажопідйомності третього каналу в разі довільного розташування вантажу показано на рис. 12.

У разі центральносиметричного розташування вантажу та відмови четвертого каналу необхідно проемувати й відмову другого каналу, тиски в першому і третьому каналах однакові.

Висновок. На основі аналізу фізичного процесу підняття фундаментних плит та застосування законів теоретичної механіки визначено можливі аварійні ситуації, які можуть виникнути в процесі піднімання та запропоновано відповідні рішення щодо їх нейтралізації для збереження елементів конструкції випробувальних стендів та обладнання, яке на них випробовувалось. Запропоновані рішення можуть бути реалізовані у програмному забезпеченні автоматизованої системи підняття фундаментних плит, що дозволить запобігти або зменшити наслідки розриву гідроопор під час піднімання фундаментних плит.

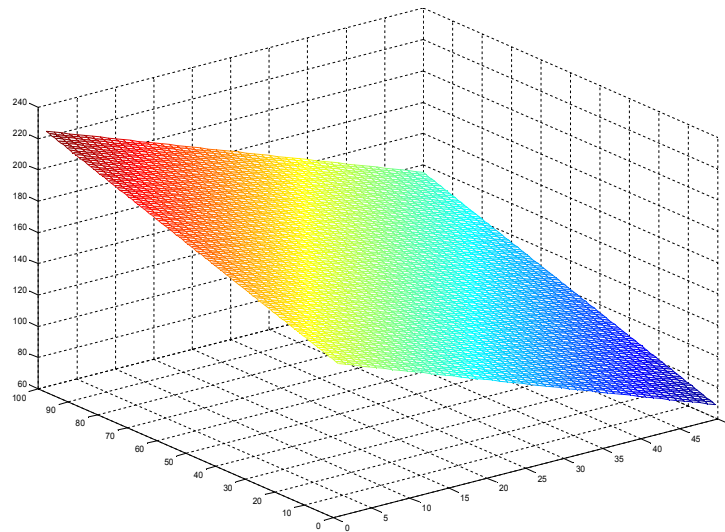


Рис. 12. Графік значення вантажопідйомності третього каналу у разі довільного розташування вантажу та відмови четвертого каналу

Список літератури

1. Синеглазов В. М. Активное управление как средство повышения ресурса воздушных судов / В. М. Синеглазов, Е. П. Решетняк, Ю. К. Зиятдинов. – К.: Техніка, 1998. – 229 с.
2. Комков В. Теория оптимального управления демпфированием колебаний простых упругих систем / В. Комков. – М.: Мир, 1975. – 158 с.
3. Гуляев В. И. Прикладные задачи теории нелинейных колебаний механических систем / В. И. Гуляев, В. А. Баженов, С. Л. Попов. – М.: Высш. шк., 1989. – 382 с.
4. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. – 559 с.
5. Гробов В. А. Теория колебаний механических систем / В. А. Гробов. – К.: Вища шк., 1982. – 182 с.
6. Павловський М. А. Методические указания к изучению курса теоретической механики по теории колебаний: методы и принципы построения систем активной виброзащиты / М. А. Павловський, Е. С. Щербина – К.: КПИ, 1979. – 91 с.
7. Кобаяси А. Экспериментальная механика / А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 551 с.

В. П. Подольский, В. М. Синеглазов

Математическое моделирование аварийных ситуаций системы плита–объект

Проведен анализ аварийных ситуаций во время подъема фундаментных плит на заданную высоту и предложены математические модели статики и динамики стенда, а также решения по нейтрализации аварийных ситуаций.

V. P. Podolskyi, V. M. Sineglazov

A mathematical design of emergency situations of the system is a flag-object

The conducted analysis of emergency situations is during getting up of fundamental flags on a decision height and offered mathematical models of statics and dynamics of стенда, offered solutions for neutralizations of emergency situations.