

УДК 519.233.2: 621.391.83 (045)

О. В. Соломенцев, д-р техн. наук, проф.,
М. Ю. Заліський, канд. техн. наук,
В. В. Луньов, студ.

ПОСЛІДОВНИЙ МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ ПОКАЗНИКА НАДІЙНОСТІ НАЗЕМНИХ ЗАСОБІВ АЕРОНАВІГАЦІЇ

Інститут аеронавігації НАУ, e-mail: avsolomentsev@yandex.ru, maximus2812@ukr.net

Розглянуто підхід до оцінювання граничного стану наземних засобів аеронавігації на основі використання послідовних оцінок показника надійності.

Ключові слова: система експлуатації, коефіцієнт готовності, послідовне оцінювання.

Вступ. Наземні засоби аеронавігації (НЗА) відіграють важливу роль у процесі забезпечення польотів, ефективності функціонування підприємств цивільної авіації (ЦА). Ефективність функціонування цих засобів забезпечує система їх експлуатації. Складовими системи експлуатації (СЕ) є власне обладнання, нормативна документація, персонал, засоби експлуатації, до яких належать споруди, технологічне обладнання, основні та допоміжні технологічні процеси та операції тощо.

Інформаційні сигнали щодо стану НЗА пов'язані з оцінками середнього напрацювання на відмову, середнього часу відновлення, коефіцієнта готовності, коефіцієнта технічного використання, коефіцієнта оперативної готовності, які в загальному випадку мають випадковий характер. Вихідною інформацією для оцінювання цих параметрів є статистичні дані про тривалість безвідмовної роботи і тривалість відновлення певного засобу аеронавігації. Тому обробляти інформаційні сигнали у СЕ доцільно на підставі методів теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів, оцінювання та перевірки статистичних гіпотез тощо.

Постановка завдання. Більшу частину відомих результатів у сфері статистичного оброблення даних у СЕ отримано відповідно до класичного підходу, коли обсяг вибірки фіксований. Аналіз показує [1 – 8], що для вирішення практичних завдань бракує застосування послідовних процедур А. Вальда для статистичного оброблення даних у СЕ, яким притаманний менший обсяг спостережень, ніж еквівалентні їм процедури, засновані на фіксованій вибірці для однакових рівнів показників якості оброблення даних. Ці властивості зумовлюють економічну привабливість та доцільність використання послідовних методів у СЕ НЗА.

Аналіз літератури в сфері розроблення та удосконалення СЕ НЗА [3; 5; 7; 8] показує, що послідовним процедурам оцінювання коефіцієнта готовності в інженерних задачах приділено недостатню увагу. Тому цю роботу присвячено задачам синтезу та аналізу послідовної евристичної процедури оцінювання коефіцієнта готовності з використанням перетворень навчальних вибірок.

Основна частина. Для послідовних процедур оцінювання та перевірки гіпотез використовують такі варіанти алгоритмів: 1) без навчальної вибірки та з навчальною вибіркою; 2) без зрізання та зі зрізанням. В інженерній практиці показниками якості оцінювання для класичних методів є математичне сподівання та дисперсія оцінки, а для послідовних – математичне сподівання, дисперсія та, у разі потреби, щільність розподілу оцінки і тривалості [1; 6].

Під час визначення послідовних процедур необхідно розв'язати задачі синтезу та аналізу. Задача синтезу пов'язана з визначенням моменту зупину процедури і способу формування оцінки. Задача аналізу пов'язана з визначенням числових значень показників, що характеризують результативність та ефективність запропонованих процедур щодо

тривалості та оцінки невідомого параметра – щільність розподілу ймовірностей (ЩРІ) тривалості та оцінок, їх математичного сподівання та дисперсії.

Схему формування послідовних оцінок можна схематично зобразити за допомогою таких блоків: блока нагромадження даних експерименту, блока формування оцінок ЩРІ, блока перевірки параметрів зупину та ключа (рис. 1). Входом цієї схеми є датчик даних для оброблення, а виходом – вектор оцінювання параметрів ЩРІ.

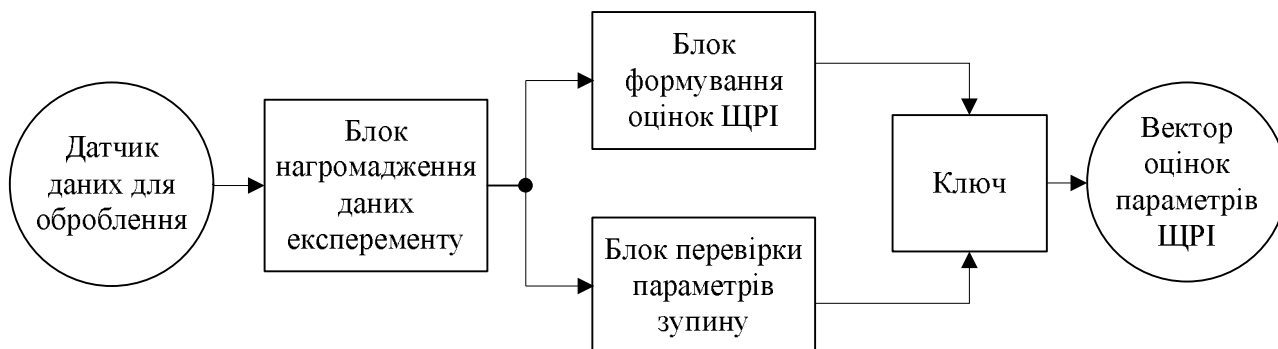


Рис. 1. Схема формування послідовних оцінок

Задача аналізу зводиться до визначення аналітичних співвідношень для середнього значення $m_1(n)$ і дисперсії $\mu_2(n)$ тривалості спостережень та в разі необхідності ЩРІ $f(n)$; середнього значення $m_1(y^*)$, дисперсії $\mu_2(y^*)$ та ЩРІ $f(y^*)$ оцінки, а також побудову відповідних графіків для визначення ефективності запропонованих послідовних процедур оцінювання порівняно з аналогічними класичними процедурами.

Порівняльний аналіз виконується у такій послідовності: 1) визначення параметрів оцінок ($m_1(y^*)$, $\mu_2(y^*)$ і ЩРІ) для класичного варіанта для різних обсягів вибірки N шляхом аналітичних розрахунків або проведенням статистичного моделювання; 2) визначення параметрів оцінки і тривалості ($m_1(y^*)$, $\mu_2(y^*)$, $m_1(n)$, $\mu_2(n)$ і ЩРІ) для послідовного варіанта процедури; 3) порівняння дисперсій $\mu_2(y^*)$ для двох варіантів процедур за однакових тривалостей спостереження $m_1(n) = N$; 4) порівняння тривалостей спостереження для двох варіантів процедур за однакових дисперсій оцінок $\mu_2(y^*)$.

Послідовна процедура оцінювання вважається більш результативною, якщо вона має меншу тривалість спостереження або дисперсію оцінок.

Як правило зупину можна використати таке припущення: експеримент буде продовжуватися, якщо на i -му кроці значення розмаху d (який визначається як різниця максимального та мінімального значень вибірки, що аналізується) не буде перевищувати наперед заданого граничного значення розмаху $d_{\text{гр}}$ (або $1 - \Delta$, де Δ – параметр зупину). Тобто при $d < d_{\text{гр}}$ процес буде перебувати в області продовження експерименту, а при $d \geq d_{\text{гр}}$ – в області зупину (рис. 2). Правило зупину можна описати співвідношенням

$$\max(\bar{z}_i) - \min(\bar{z}_i) \geq d_{\text{гр}},$$

де $i \in [1; N]$.

Розглянемо послідовність оцінювання коефіцієнта готовності НЗА для випадку експоненціального напрацювання на відмову та фіксованого часу відновлення.

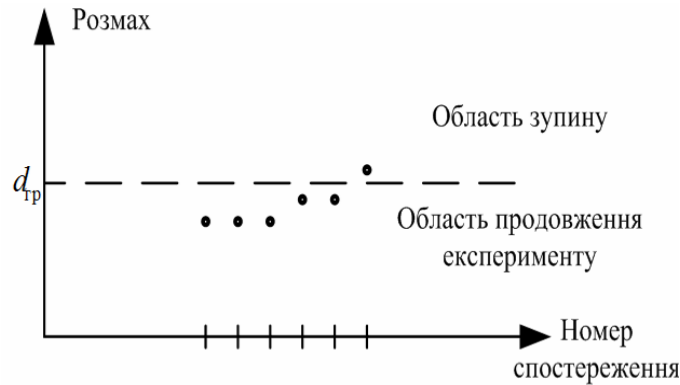


Рис. 2. Графічне пояснення правила зупину

Досліджувана вибірка w може бути знайдена зі співвідношення

$$z = \sum_{i=1}^n \left(n^n \frac{i}{(i-1)!} \left(\frac{w}{1-w} \right)^{i-1} e^{-\frac{nw}{1-w}} \right),$$

де z – випадкова складова (рівномірно розподілена величина в інтервалі $[0; 1]$).

Як оцінку коефіцієнта готовності $\hat{K}_r$ використано загальновідоме співвідношення:

$$\hat{K}_r = \frac{\hat{T}_0}{\hat{T}_0 + T_B}.$$

При цьому ЩРІ коефіцієнта готовності для класичної процедури

$$f(w) = \frac{n \frac{T_B}{\hat{T}_0} \left(n \frac{T_B}{\hat{T}_0} w \right)^{n-1}}{(n-1)! (1-w)^{n+1}} e^{-\frac{n \frac{T_B}{\hat{T}_0} w}{1-w}}, \text{ якщо } 0 \leq w \leq 1.$$

Для виконання правила зупину необхідно перетворити вихідну статистику в рівномірно розподілену величину на інтервалі $[0; 1]$. У цьому випадку використовуємо функціональне перетворення:

$$z_i = \sum_{j=1}^n \left(n^n \frac{j}{(j-1)!} \left(\frac{w_i}{1-w_i} \right)^{j-1} e^{-\frac{nw_i}{1-w_i}} \right).$$

Аналітичні співвідношення для ЩРІ розробленої послідовної процедури за тривалістю

$$f(n) = (n-1)\Delta^2(1-\Delta)^{n-2}, \quad n > 1.$$

Аналітичний вираз для ЩРІ послідовної оцінки коефіцієнта готовності:

$$f_n(\hat{K}_r) = \frac{\sum_n \left(\frac{n}{(n-1)!(1-\hat{K}_r)^{n+1}} \left(n \frac{T_B}{\hat{T}_0} \hat{K}_r \right)^{n-1} e^{-\frac{n \frac{T_B}{\hat{T}_0} \hat{K}_r}{1-\hat{K}_r}} \sum_n (n-1)(1-\Delta)^{n-2} \right)}{\int_0^{-\hat{T}_0 \ln(1-\Delta)} \left[\sum_n \left(\frac{n}{(n-1)!(1-x)^{n+1}} \left(n \frac{T_B}{\hat{T}_0} \hat{K}_r \right)^{n-1} e^{-\frac{n \frac{T_B}{\hat{T}_0} x}{1-x}} \sum_n (n-1)(1-\Delta)^{n-2} \right) \right] dx}.$$

Для перевірки ефективності запропонованої послідовної процедури оцінювання порівняємо отримані значення тривалостей спостережень (тобто $N = m_1(n)$) за однакових дисперсій оцінки (рис. 3).

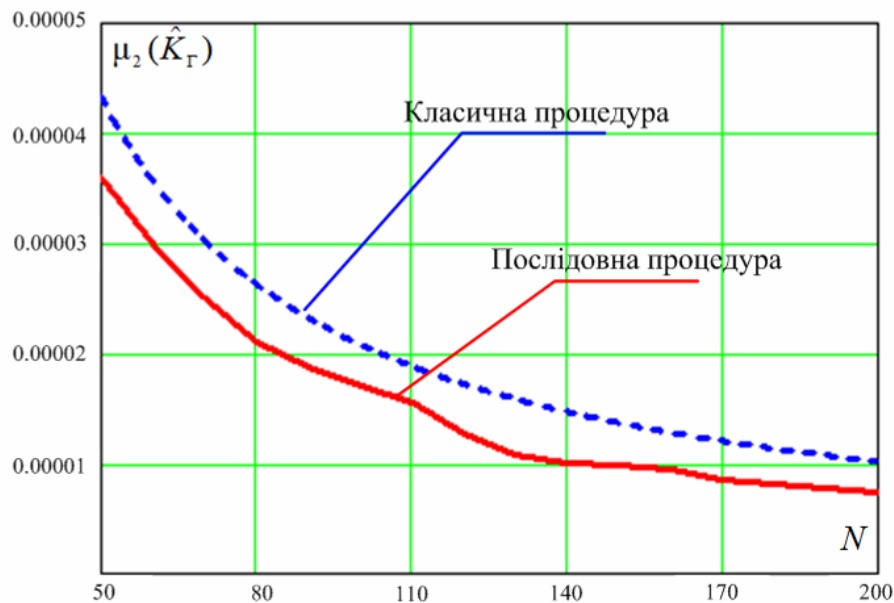


Рис. 3. Порівняння середніх тривалостей спостережень (класичної та послідовної процедур) за однакових дисперсій оцінки

Як видно з графіка, послідовна процедура дає виграв за тривалістю (приблизно на 20 – 30 %) порівняно з відповідною класичною процедурою.

На підставі запропонованої процедури розглянемо приклад розроблення послідовної процедури оброблення даних для визначення можливості продовження ресурсу НЗА. Нехай початковий ресурс НЗА становить m років. Знаючи властивості послідовного оцінювання параметра експоненціального розподілу (упроваджено експоненціальну модель відмов), припускаємо обсяг навчання $0,75m$, за яких спостерігалось n_0 відмов.

Під час навчання буде встановлено середнє напрацювання на відмову (несправність) $\hat{T}_{0\text{навч}}$. Крім того, будемо вважати, що тривалості відновлень $\bar{\tau}$ НЗА відомі й постійні, тобто її ЩРІ $f(T_v) = \delta(T_v)$.

Дані обробляються таким чином: формується вибірка сукупності напрацювань на відмову у період часу $[0,75m; m]$, починаючи з п'ятої відмови, і розраховуються значення коефіцієнта готовності. Ці значення порівнюються з пороговим рівнем коефіцієнта готовності $z_{\text{гр}}$. Як критерій, що характеризує настання граничного стану НЗА, у такій методиці можна взяти ознаку зменшення поточного значення оцінки коефіцієнта готовності нижче від визначеного під час навчання параметра зупину $z_{\text{гр}}$, тобто

$$\hat{K}_r \leq z_{\text{гр}}.$$

Якщо правило не виконується, то продовжується нагромадження вибіркової сукупності. При цьому для своєчасного виявлення НЗА, показники надійності функціонування якого не відповідають установленим вимогам, необхідний неперервний контроль у кожен момент відмови після навчання.

Якщо на етапі спостереження об'єктивно не відбувається погіршення технічного стану НЗА, то можливі випадки помилок першого роду, а якщо погіршення технічного стану є – випадки помилок другого роду.

Загальновідомою є властивість ЦПІ, відповідно до якої

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

Оскільки $0 \leq \hat{K}_r \leq 1$, то параметр зупину $z_{гр}$ можна визначити відповідно до співвідношення:

$$\int_{z_{гр}}^1 f^*(\hat{K}_r) d\hat{K}_r = 1 - \alpha,$$

де α – задана ймовірність помилки першого роду; $f^*(\hat{K}_r)$ – ЦПІ коефіцієнта готовності для випадку, коли надійність НЗА відповідає справному технічному стану.

Можна отримати:

$$\alpha = 1 - e^{-n_0 \frac{T_B}{\hat{T}_{0навч}} \frac{z_{гр}}{1-z_{гр}}} \sum_{i=0}^{n_0-1} \frac{\left(n_0 \frac{T_B}{\hat{T}_{0навч}} \frac{z_{гр}}{1-z_{гр}} \right)^{n_0-i-1}}{(n_0-i-1)!}.$$

Номограми залежності ймовірності помилки першого роду від параметра зупину $z_{гр}$ та оцінки $\hat{T}_{0навч}$, якщо $T_B = \text{const}$, показано на рис. 4.

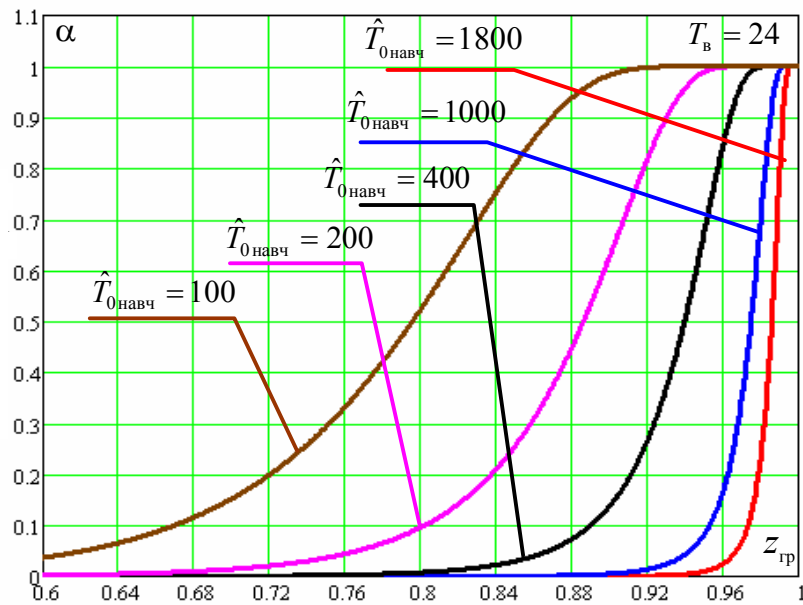


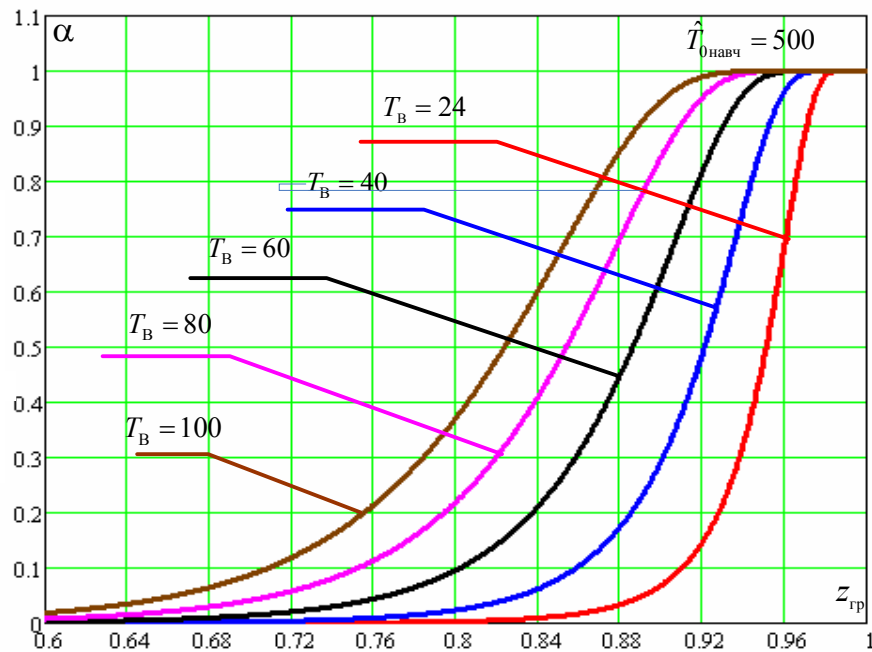
Рис. 4. Номограми залежності $\alpha = f(z_{гр}, \hat{T}_{0навч})$, якщо $T_B = \text{const}$

Номограми залежності ймовірності помилки першого роду від параметра зупина $z_{гр}$ та заданого значення T_B за незмінної оцінки $\hat{T}_{0навч} = \text{const}$ показано на рис. 5.

Ймовірність помилки другого роду β для цієї процедури можна визначити зі співвідношення:

$$\int_{z_{гр}}^1 f^{**}(\hat{K}_r) d\hat{K}_r = \beta,$$

де $f^{**}(\hat{K}_r)$ – ЦПІ коефіцієнта готовності для випадку, коли надійність НЗА відповідає несправному технічному стану (вважаємо, що цьому стану відповідає зменшення середнього напрацювання на відмову вдвічі).

Рис. 5. Номограми залежності $\alpha = f(z_{\text{гр}}, T_B)$ при $\hat{T}_{0\text{навч}} = \text{const}$

При цьому

$$\beta = e^{-n_0 \frac{2T_B}{\hat{T}_{0\text{навч}}} \frac{z_{\text{гр}}}{1-z_{\text{гр}}}} \sum_{i=0}^{n_0-1} \frac{\left(n_0 \frac{2T_B}{\hat{T}_{0\text{навч}}} \frac{z_{\text{гр}}}{1-z_{\text{гр}}} \right)^{n_0-i-1}}{(n_0-i-1)!}.$$

Графічний вигляд ЩРІ оцінок коефіцієнта готовності для параметрів номограм (рис. 4, 5) ілюструє рис. 6.

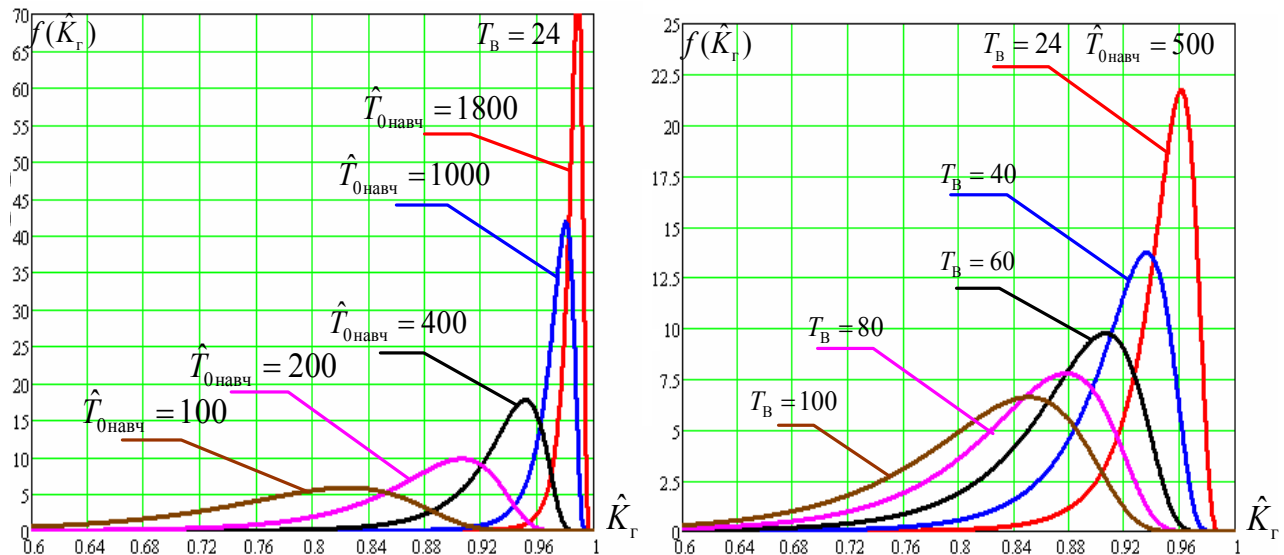


Рис. 6. Щільність розподілу ймовірностей оцінок коефіцієнта готовності

Результати статистичного моделювання у широких діапазонах вхідних параметрів ($\hat{T}_{0\text{навч}}$, T_B , m) показали, що у випадку зменшення середнього напрацювання на відмову вдвічі можна обрати такий пороговий рівень $z_{\text{гр}}$, за якого ймовірності помилок першого та другого роду прямують до нуля.

Висновки. Запропонована послідовна процедура оцінювання коефіцієнта готовності має вигаш за тривалістю спостереження приблизно на 20 – 30 % порівняно з відповідною класичною процедурою, що може зменшити затрати матеріальних та часових ресурсів під час впровадження її на практиці. Розроблена процедура аналізу даних та прийняття рішень щодо розрахунку ресурсу НЗА, що ґрунтується на послідовних процедурах оброблення даних, дозволяє своєчасно виявляти настання граничного стану засобу, за якого його подальша експлуатація неможлива, а тому підвищити рівень надання послуг з аеронавігаційного обслуговування.

Список літератури

1. Вальд А. Последовательный анализ / А. Вальд. – М.: Физматиздат, 1960. – 328 с.
2. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения / М. де Гроот. – М.: Мир, 1974. – 492 с.
3. Диллон Б. Инженерные методы обеспечения надежности систем; пер. с англ. / Б. Диллон, Ч. Сингх. – М.: Мир, 1984. – 318 с.
4. Ибрагимов И. А. Асимптотическая теория оценивания / И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасьминский. – М.: Наука, 1979. – 528 с.
5. Левин Б. Р. Теория надёжности радиотехнических систем / Б. Р. Левин. – М.: Сов. радио, 1978. – 274 с.
6. Ghosh M. Sequential Estimation / M. Ghosh, N. Mukhopadhyay, P.K. Sen. – Wiley-Interscience, 1997. – 480 p.
7. Hoyland, A. System reliability theory / A. Hoyland, M. Rausand. – N. Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1994. – 518 p.
8. Rausand, M. System reliability theory: models, statistical methods and applications / M. Rausand – N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2004. – 458 p.

А. В. Соломенцев, М. Ю. Залиский, В.В. Лунёв

Последовательный метод оценивания показателя надёжности наземных средств аэронавигации

Рассмотрен подход к оцениванию граничного состояния наземных средств аэронавигации на основе использования последовательных оценок показателя надёжности.

O.V. Solomentsev, M.J. Zalisky, V.V. Lunyov

Sequential method of estimating the reliability of air navigation ground-based devices

An approach to the estimation the border state of air navigation ground-based devices through the use of sequential estimates the reliability.