ТЕОРІЯ ТА МЕТОДИ ОБРОБЛЕННЯ СИГНАЛІВ

УДК 621.396(045)

І. Ф. Бойко, д-р техн. наук,
М. Г. Гордєєв, канд. техн. наук,
А. І. Кутін, асп.

ПЕРЕДАВАННЯ І ПРИЙМАННЯ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ У СПЛАЙНОВИХ БАЗИСАХ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: iesy@nau.edu.ua

Розглянуто технологію передавання цифрових сигналів з використанням сплайнів та обґрунтовано її переваги. Запропоновано модель одноканальної системи передавання та проаналізовано параметри її стійкості до адитивного гаусівського шуму та похибок синхронізації.

Ключові слова: система передавання даних, конвергенція, сплайновий базис, фільтр Савіцького–Голея.

Вступ. Сучасному розвитку техніки зв'язку властиві дві особливості: 1) цифрова форма подання інформації, що передається; 2) конвергенція (об'єднання) усіх видів сигналів (мови, тексту, даних або зображень), а також техніки і служб в єдину систему ISDN (Integrated Services Digital Network) [1].

Натепер однією з основних вимог до розроблюваного обладнання забезпечення максимальної пропускної здатності за умов наявних можливостей смуги пропускання лінії зв'язку та впливу завад.

Щоб збільшити кількість каналів, потрібно звузити смугу пропускання, проте це призводить до збільшення тривалості сигналу, а отже, до явища міжсимвольної інтерференції ISI. Вирішенням цієї проблеми є використання в каналах зв'язку сигналів і фільтрів типу Найквіста, що мають нульову міжсимвольну інтерференцію у моменти взяття відліків значень вибірки.

Імпульс Найквіста може бути зображеним за допомогою різних функцій, зокрема, і у вигляді функції типу локального кубічного ермітового сплайна [3]. Розглянемо її більш детально.

Базисна функція локального кубічного ермітового сплайна $B(t)$ є гладкою функцією з неперервною першою похідною і дозволяє інтерполювати значення певної функції $f(t)$, заданої дискретними значеннями. Для цифрової системи передавання, значеннями даних яких може набувати функція $f(t)$ у простішому випадку, є лише 0 або 1 (рис. 1, *а*). Для побудови ермітового сплайна потрібні значення двох послідовних відліків функції $f(t)$: $f(t_1)$, $f(t_2)$, та значення двох похідних функції $f(t)$ у цих точках: $f'(t_1)$, $f'(t_2)$. Моменти дискретизації t_1 і t_2 також називаються вузлами інтерполяції (вузлові точки).

Базисні функції, що масштабуються (помножуються) коефіцієнтами $f(t_1)$, $f(t_2)$, $f'(t_1)$, $f'(t_2)$, позначаються відповідно $X_0(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, $X_3(t)$ і визначаються за формулами:

$$X_0(t)=\frac{2t^3-3t^2(t_1+t_2)+6t_1t_2t-t_2^2(3t_1-t_2)}{(t_1^2-2t_1t_2)};\ X_1(t)=\frac{(t-t_1)^2(2t+t_1-3t_2)}{(t_1-t_2)(t_1^2-2t_1t_2+t_2^2)};$$

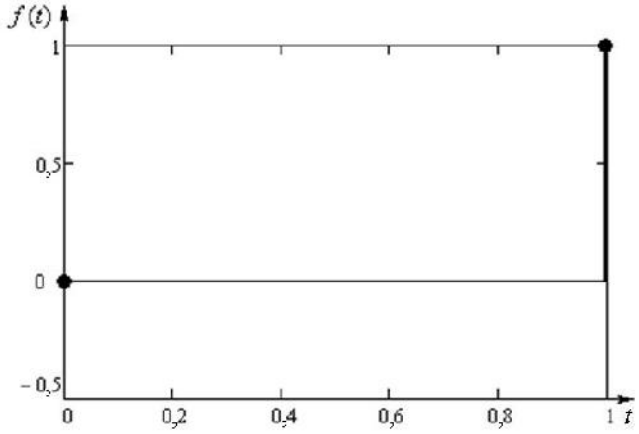
$$X_2(t)=\frac{(t-t_1)(t^2-2t_2t+t_2^2)}{(t_1-t_2)^2};\ X_3(t)=\frac{(t-t_1)^2(t-t_2)}{(t_1-t_2)^2}.$$

Загальна формула ермітового сплайна, побудованого для двох точок, має вигляд:

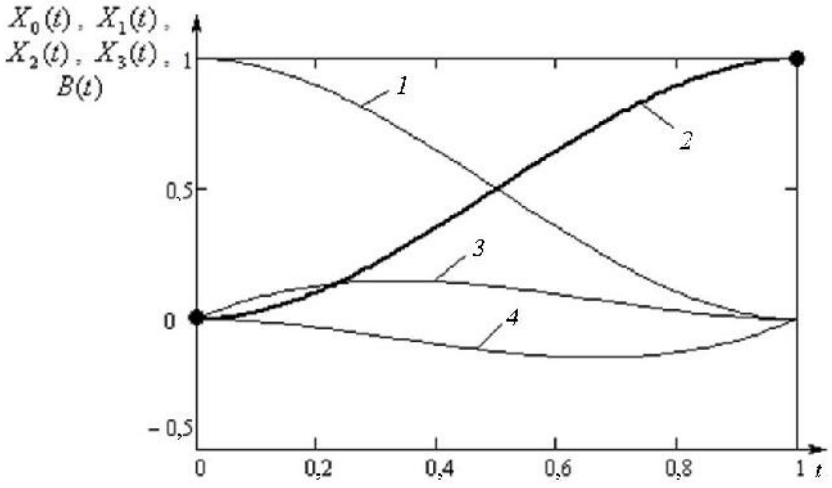
$$B(t) = f(t_1)X_0(t) + f(t_2)X_1(t) + f'(t_1)X_2(t) + f'(t_2)X_3(t),$$

де $t \in [t_1, t_2]$ і визначає значення інтерпольованої функції в заданій точці між вузлами.

Фрагменти базисного сплайна і сам базисний сплайн для випадку, коли координати вузлових точок мають значення $t_1 = 0$, $t_2 = 1$, $f(t_1) = 0$, $f(t_2) = 1$, зображені на рис. 1, *б*, а перші похідні у вузлових точках дорівнюють нулю.



а



б

Рис. 1. Процес інтерполяції сплайном фрагменту двійкової послідовності:
а – два значення двійкової послідовності (у дискретні моменти 0 і 1); *б* – функції – фрагменти базисного сплайна та базисний сплайна для заданої послідовності: *1* – фрагмент $X_0(t)$;
2 – фрагмент $X_1(t)$ і сплайн $B(t)$; *3* – фрагмент $X_2(t)$; *4* – фрагмент $X_3(t)$

Постановка завдання. Об’єктом дослідження є система передавання цифрових даних, у якій сигнал формується з використанням алгоритму інтерполяції його функцією ермітового сплайна, і виділяється фільтром Савіцького–Голея, імпульсна характеристика якого формується на основі функції ермітового сплайна. Якість роботи системи буде аналізуватися в умовах дії шумів і випадкового запізнення сигналу синхронізації.

Цифрова сплайн-система зв’язку. Розглянемо модель, що реалізує передавання двійкового імпульсного сигналу через канал зв’язку із завадою у вигляді адитивного гаусівського шуму, структурну схему якого зображено на рис. 2.

Двійковий імпульсний сигнал, що формується у передавачі, інтерполюється ермітовим сплайном і у вигляді неперервного сигналу надходить у лінію зв’язку.

Рис. 2. Структурна схема каналу зв'язку

Зауважимо, що отриманий на основі інтерполяції даних сигнал може бути переданий як з перенесенням спектра (шляхом модуляції), так і без нього. Надалі розглядається система без перенесення спектра.

Імпульсний цифровий сигнал має дуже широкий спектр, а отже, займає досить велику смугу частот. Ширина спектра обмежується за рахунок проходження через канал зв'язку. За допомогою інтерполяційного сплайна можна формувати неперервний сигнал, який несе інформацію про імпульсний двійковий сигнал, але має задану і вужчу ширину спектра.

Під час проходження крізь канал сигнал спотворюється внаслідок дії завад і надходить на вхід приймача. Як джерело шуму в лінії використовувався генератор гаусівського шуму.

Приймач виконує операцію фільтрації корисної складової вхідного сигналу за допомогою фільтра Савіцького–Голея на основі ермітового сплайна і за допомогою порогового пристрою визначає, яке з можливих значень сигналу передавалося (відновлює цифрову послідовність).

Розглянемо детальніше структуру передавача (рис. 3) та приймача.

У складі приймача містяться блоки пам'яті, у яких зберігається значення відліків чотирьох фрагментів функцій сплайна ($X_0(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, $X_3(t)$), що послідовно надходять до блока множення та додавання. Потрібні значення з пам'яті вибираються за допомогою блока «Лічильник», що під дією синхроімпульсів формує відповідну адресу комірки пам'яті. У досліджуваній моделі період синхроімпульсів лічильника становить 0,001 модельного часу (м. ч.). Кількість даних у кожному блоці пам'яті дорівнює 64 чотирнадцятирозрядні слова з урахуванням знака. Відповідно розрядність лічильника становить 6.

Із входу «Дані» з періодом 0,064 м. ч. надходять цифрові імпульси (що мають бути передані) на блоки «Затримка», які формують на виході затриманий на період 0,064 м. ч. вхідний сигнал під дією синхроімпульсів (зі входу «Синхроімпульси», що мають такий самий період надходження: 0,064 м. ч.), де він зберігається до наступного синхроімпульсу. Виходи блоків «Затримка» з'єднані послідовно із блоком множення та додавання.

Блок множення та додавання перемножує дані зі входу «Дані», затримані на 0,064 м. ч. з відліками функції $X_3(t)$. Дані затримано на 0,128 м. ч. з $X_2(t)$. Дані затримано на 0,192 з $X_1(t)$. Дані затримано на 0,256 з $X_0(t)$. Результат складає з періодом 0,001 м. ч. Сигнали зі входу «Дані» та на виході «Блока множення та додавання» зображено на рис. 4, *а*, *б* відповідно.

Під час проходження через канал до сигналу додається гаусів шум (рис. 5).

Фільтр Савіцького–Голея приймача має вигляд, зображений на рис. 6.

Як відомо, визначення значень коефіцієнтів (параметрів) функції за її відліками за методом найменших квадратів виконується в матричному вигляді за формулою

$$\hat{A} = (X^T X)^{-1} X^T Y = C^{-1} B,$$

де X – матриця планування (отримана на основі функцій фрагментів сплайнового базису), а Y вектор відліків вхідного сигналу (значення сигналу, що надходить з лінії зв'язку).

Коефіцієнти A є параметрами функції (множники за функцій фрагментів ермітового сплайна), а самі параметри – це масштабований двійковий сигнал, що передається.

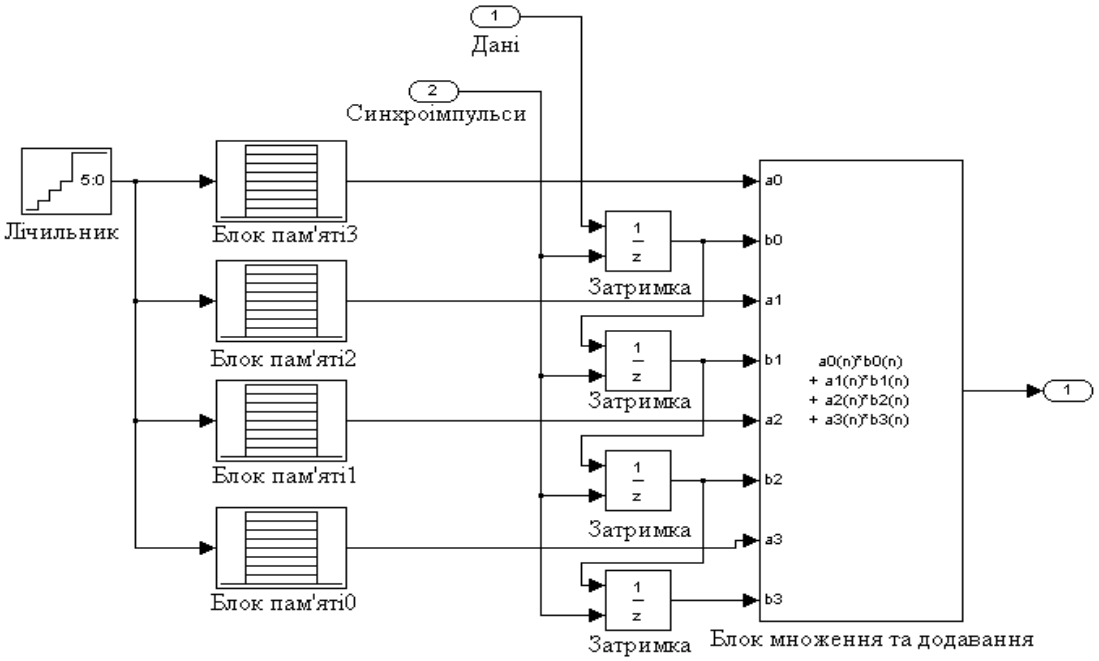


Рис. 3. Структура передавача (сплайна-інтерполятора)

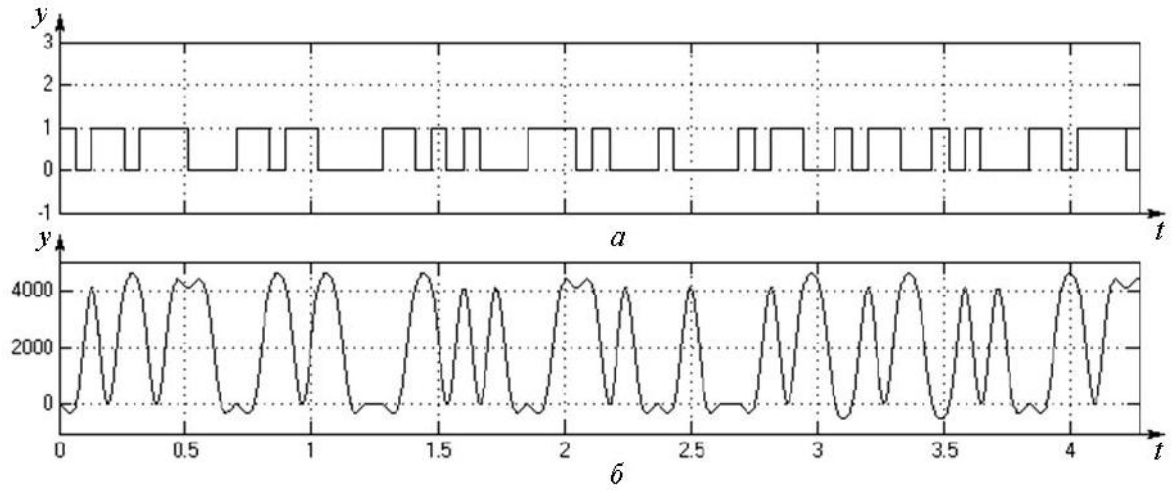


Рис. 4. Сигнал на вході «Дані» (*а*) і на виході «Блока множення та додавання» (*б*)

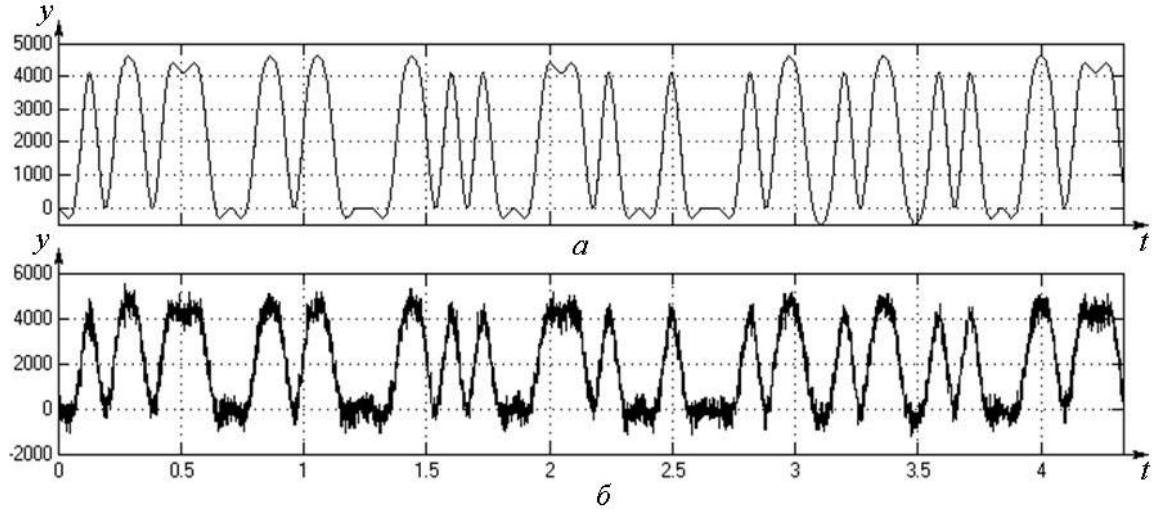


Рис. 5. Сигнали на вході в канал (*а*) та на виході (*б*) без урахування затримки

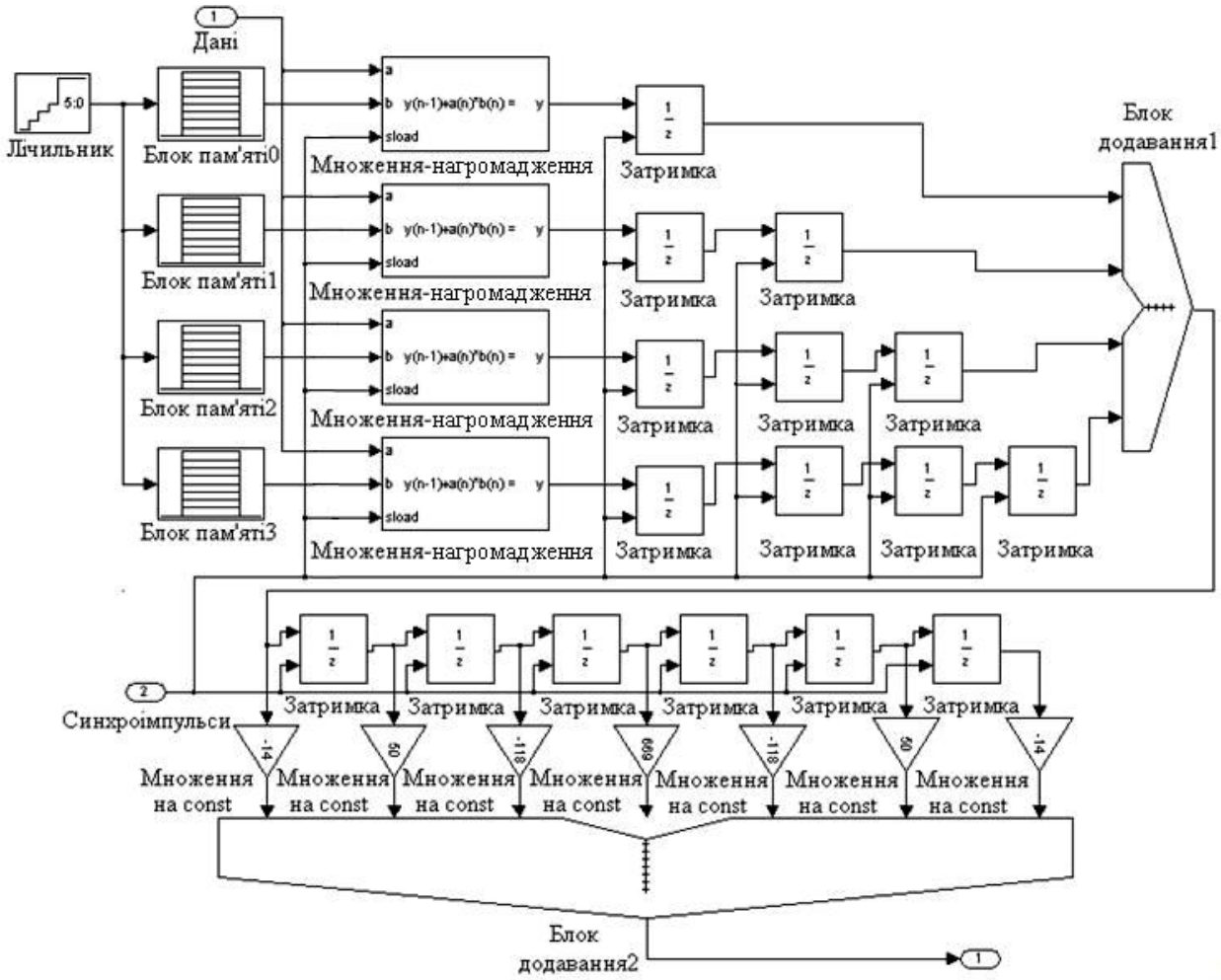


Рис. 6. Фільтр Савіцького–Голея

На схемі (рис. 6) операція $X^T Y$ реалізується: блоком «Лічильник», «Блоками пам'яті», блоками «Множення-нагромадження», блоками «Затримка» (до «Блока додавання 1») і «Блоком додавання 1». Інформація записана у «Блоках пам'яті», параметри та призначення «Лічильника» і сигналів з виходу «Синхроімпульси» такі самі, як і у передавачі.

В операції $(X^T X)^{-1}$ і множення результату на значення з «Блока додавання 1» беруть участь: блоки «Затримки» (після «Блока додавання 1») та елементи «Множення на const» з «Блоком додавання 2».

Сигнал з виходу фільтра надходить на компаратор (рис. 7), що перевіряє гіпотезу про близькість значень до двох можливих рівнів передаваних даних:

$$z(t) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma,$$

де $z(t)$ – сигнал на виході фільтра Савіцького–Голея; H_1 – гіпотеза про те, що сигнал на виході фільтра є передаваною одиницею; H_0 – гіпотеза про те, що сигнал на виході фільтра є передаваним нулем; γ – порогове значення, що визначається за формулою

$$\gamma = \frac{a_1 + a_0}{2},$$

де a_1 – рівень логічної одиниці на виході фільтра при передаванні сигналу, що відповідає логічній одиниці; a_0 – рівень логічного нуля на виході фільтра при передаванні сигналу, що

відповідає логічному нулю (ці величини визначаються за умов завідомо відомої інформації про передаваний сигнал).

Даний поріг буде оптимальним і дозволяє мінімізувати ймовірність похибки оцінки визначення прийнятого сигналу. [3]

Рис. 7. Структурна схема приймача

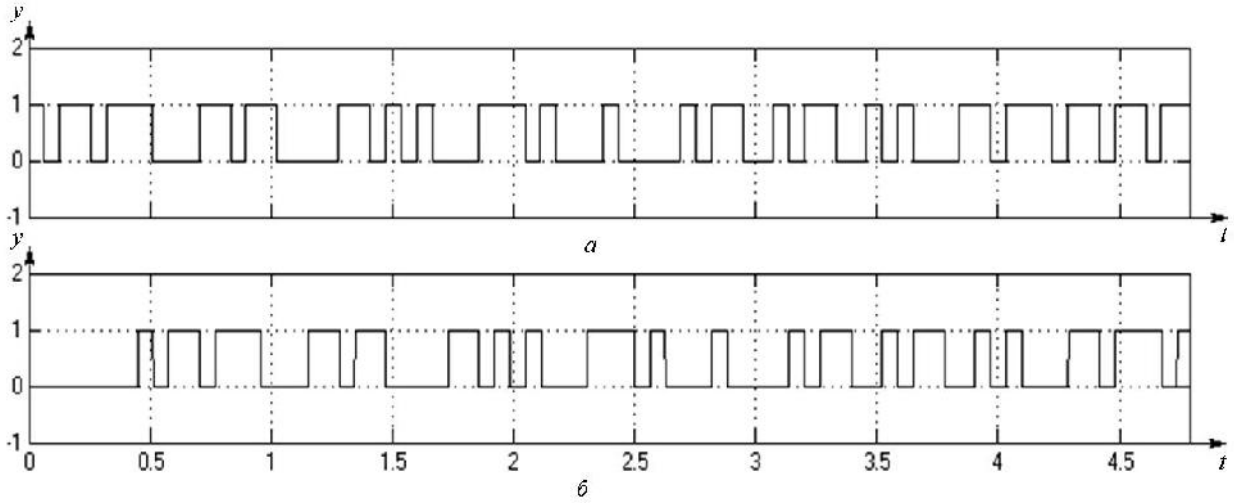


Рис. 8. Сигнал, що передавався в каналі (*а*) та сформований на виході приймача (*б*)

Як видно з рис. 8, дані, що передавались, були відновлені без помилок. Ці дані з'являться на виході із затримкою на час роботи системи передавання даних.

Первинне оброблення експериментальної інформації. Виконаємо аналіз стійкості системи до впливу на правильність визначення нею значень цифрових сигналів, що передавались.

Для цього передавалась постійна й однакова кількість даних (300 біт), що формувалась генератором Бернуллі. Змінювалася потужність шуму і розраховувалась статистична оцінка ймовірності похибки.

Графік залежності оцінки ймовірності похибки від потужності джерела адитивного гаусівського шуму зображено на рис. 9 (для зручності потужність шуму замінено на величину відношення сигнал/завада у децибелах, що можна вважати еквівалентним, оскільки потужність сигналу залишалась незмінною).

Як видно з рис. 9, імовірність похибки збільшується досить повільно і досягає значення 0,5 лише за значення відношення сигнал/завада – 54 дБ. Це свідчить про досить велику стійкість системи передавання даних, побудованої на сплайнах, до подібного виду завад.

Крім того, проведемо аналіз стійкості розробленої схеми до порушень режиму синхронізації. Для цього формувався сигнал синхронізації і за допомогою генератора випадкових чисел (діапазон значень яких послідовно змінювався при побудові залежності від 0 до 63) комутувався через одну з 64 ліній затримки (рис 10). Час затримки ліній становив від 0 до 0,063 м. ч. з кроком 0,001 м. ч.

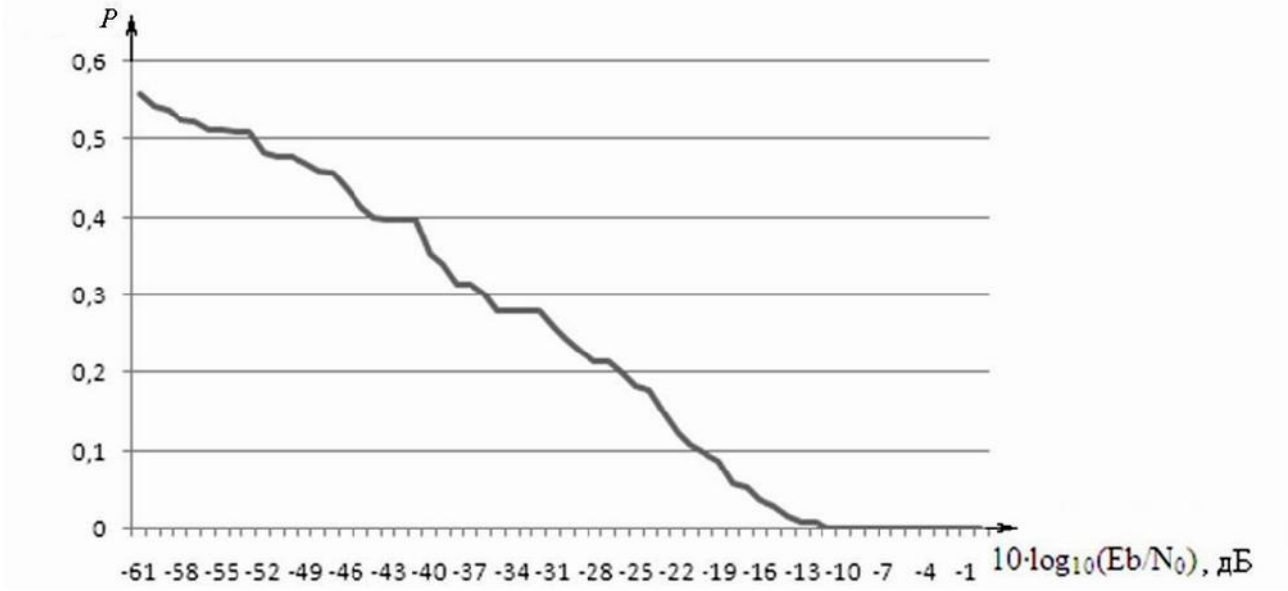


Рис. 9. Залежність оцінки ймовірності похибки від співвідношення сигнал/завада

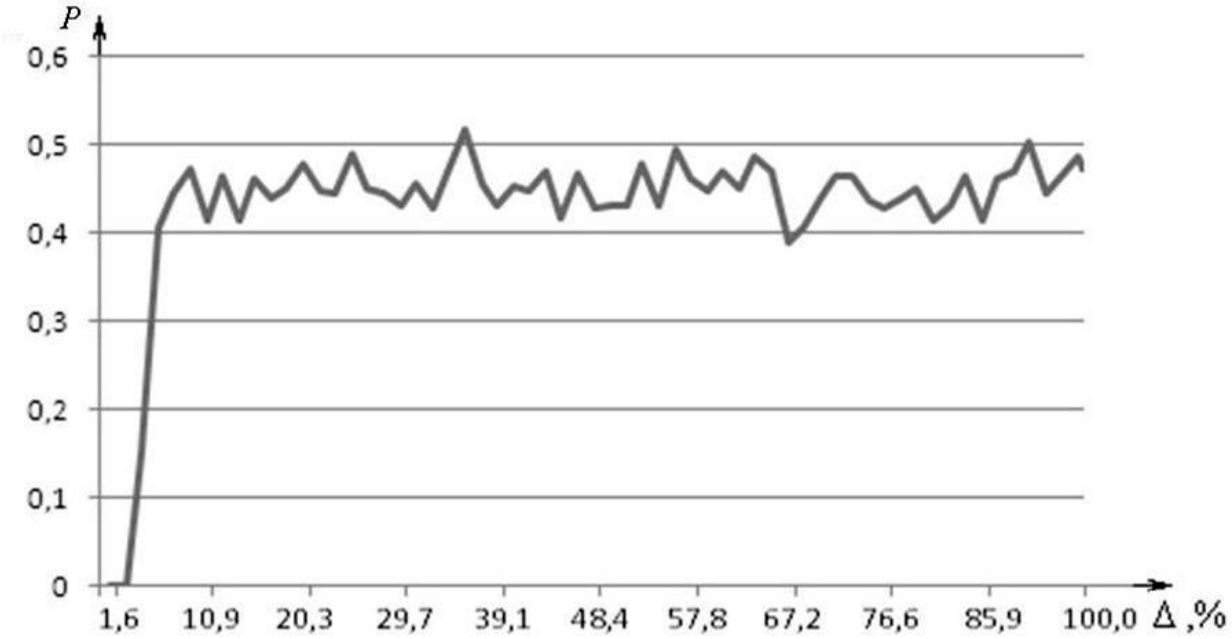


Рис. 10. Залежність кількості похибок від величини порушення частоти синхронізації

Для зручності оцінка ймовірності похибки у разі передавання 300 біт даних залежить від відносної величини Δ, що розраховується за формулою

$$\Delta = \frac{t_{\text{затр}}}{0,064}.$$

Значення Δ від відхилення періоду синхросигналу, створеного лінією затримки (з кроком затримки 0,004 м. ч.) наведено в таблиці.

Залежність величини Δ від відхилення періоду синхросигналу

Відхилення періоду, м. ч.	0	0,004	0,008	0,016	0,024	0,032	0,040	0,048	0,056	0,064
Δ, %	0	6,3	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5	100

Ця залежність вказує на швидке збільшення похибок у разі відхилення Δ більше ніж на 0,002 м. ч. Імовірність похибок при цьому коливається в середньому від 0,39 до 0,51.

Висновки. Сигнал у цифровій системі може бути сформований інтерполяцією двійкового сигналу з використанням функції ермітового сплайна. Це дозволяє «керувати» шириною спектра сигналу відповідно до вимог передавання даних. А це, в свою чергу, дозволяє оптимізувати кількість каналів зв'язку. Ефективне виділення сигналу на фоні адитивного гаусівського шуму здійснюється фільтром Савіцького–Голея, побудованого на основі ермітового сплайна.

Порівняно із системами, побудованими з використанням тригонометричного ряду Фур'є, розроблена система є простою і не потребує роботи з комплексними числами, що дозволяє зменшити кількість розрахунків і збільшити швидкість передавання даних.

Основним недоліком розробленої моделі є значний рівень похибок, спричинених порушенням синхронізації, що призводить до втрати до 50 % переданих даних. Проте він може бути компенсований спеціальними алгоритмами кодування, які дозволяють виправляти пропорційну кількість похибок.

Таким чином, використання сплайнів у цифрових комунікаційних системах є надзвичайно перспективним з огляду на істотно менші вимоги до апаратної та програмної частин приймача-передавача, що, у свою чергу, призводить до зменшення їх собівартості та собівартості всієї системи в цілому.

Список літератури

1. *Броккер П.* ISDN. Цифровая сеть с интеграцией служб. Понятия, методы, системы / П. Броккер. – М.: Радио и связь, 1991. – 298 с.
2. *Шелевицький І. В.* Сплайни в цифровій обробці даних і сигналів / І. В. Шелевицький, М. О. Шутко, В. М. Шутко, О. О. Колганова. – К.: НАУ, 2007. – 232 с.
3. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр: 2-е изд., испр.; пер. з англ. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

И. Ф. Бойко, Н. Г. Гордеев, А. И. Кутин

Передача и приём цифрових сигналов в сплайновых базисах

Рассмотрена технология передачи цифровых сигналов с использованием сплайнов и обоснованы ее преимущества. Предложена модель одноканальной системы передачи и проанализированы параметры ее стойкости к аддитивному гауссовому шуму и ошибкам синхронизации.

I. F. Boyko, M. G. Gordyeyev, A. I. Kutin

Transmission and reception of digital signals in spline basis

In given article the technology of transfer of digital signals with use of splines is considered, and its advantages are proved. The model of single-channel system of transfer is offered and parametres of its firmness to additive gaussian to noise and synchronisation errors are analysed.