УДК 681.51 (045)

В. Н. Азарсков, д-р техн. наук,
Л. С. Житецкий, канд. техн. наук,
Л. Н. Блохин, д-р техн. наук

АДАПТИВНАЯ СУБОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВХОДОМ

Национальный авиационный университет, e-mail: azarskov@nau.edu.ua

Рассмотрена адаптивная система управления, содержащая некоторый дискретный линейный стационарный объект с произвольными ограниченными возмущениями, управляющий вход которого ограничен в определенных пределах. Установлены достаточные условия, гарантирующие глобальную асимптотическую устойчивость и одновременно субоптимальность замкнутой системы. Приведены численные примеры и результаты моделирования.

Ключевые слова: адаптивное управление, ограничение, ограниченное возмущение, алгоритм оценивания, сходимость, асимптотическая устойчивость, субоптимальность.

Введение. Все реальные системы управления обычно имеют некоторую нелинейность, например такую, как насыщение по входу. Поэтому стандартные цели управления, включая регулирование, должны быть удовлетворены при наличии этих ограничений. К сожалению, во многих ситуациях динамические системы с ограничениями величины входного сигнала могут стать неустойчивыми, если насыщение не учитывалось в системном проектировании. Следовательно, достижение желательных целей управления в системах с обратной связью, содержащих элементы насыщения по управлению, является очень важной проблемой как с теоретической, так и с практической точек зрения.

В случае параметрических неопределенностей, требующих адаптивного подхода, устойчивость и хорошее качество управления замкнутых систем с ограничением по амплитуде – сложная задача. Эта работа посвящена решению этой задачи. Она касается адаптивного регулирования дискретного линейного стационарного объекта с произвольными ограниченными возмущениями, управляющий вход которых находится в определенных пределах. Основное усилие сосредоточено на установлении достаточных условий, при которых гарантируются глобальная асимптотическая устойчивость и одновременно субоптимальность с заданным показателем.

Анализ предыдущих исследований. Методы адаптивного управления были активной областью исследования в течение прошлых десятилетий. Устойчивость так же, как и оптимальность (субоптимальность) и робастность адаптивного управления линейными стационарными объектами без ограничений величины управляющего воздействия изучались и представлялись в нескольких работах, например [1 – 6]. Предельна ограниченность устойчивости в смысле, касающаяся дискретных адаптивных систем управления, которые содержат вход с насыщением для определенного класса объектов с использованием прямого адаптивного подхода, приводятся в работах [7 – 10], а с косвенным подходом – в [11 – 14]. В этих работах, однако, не было доказано, что ошибки по выходу и последовательности управляющих воздействий сходятся. Оказывается, что эти сигналы хотя и остаются ограниченными, такие системы управления, возможно, не асимптотически устойчивы, даже когда объект, параметры которого известны, является строго устойчивым и минимально-фазовым. Более того, в отличие от их аналогов без ограничения по входу ни оптимальность, установленная в работе [6], ни даже субоптимальность, обоснование которой можно найти в работах [1; 5], не могут быть достигнуты при произвольных ограниченных возмущениях, если их «уровень» является достаточно большим, в то время, как они будут асимптотически устойчивыми в случае отсутствия таких возмущений.

Значительный прогресс в обеспечении желательного предельного поведения адаптивных систем управления с ограничением по входу типа насыщения достигнут в работе [15]. Её авторы установили условие, при котором, в случае отсутствия возмущений, ошибка по выходу сходится к нулю, а управляющий вход прекращает насыщаться по истечении конечного времени. Новые результаты получены этими же авторами для случая ограниченных возмущений некоторого класса в работе [16]. К сожалению, в этой работе нет конструктивных оценок поведения таких систем в асимптотике для данного случая. Таким образом, вопрос о том, при каких условиях могли бы быть достигнуты в случае ограниченных возмущений желаемые асимптотические свойства адаптивной системы управления с ограниченным входом, в частности субоптимальность, пока еще не решены.

Формулировка проблемы. Предположим, что управляемый объект является дискретной системой с одним входом и одним выходом, которая может быть описана линейным разностным уравнением

$$A(q^{-1})y_t = B(q^{-1})u_t + v_t, \tag{1}$$

где $\{y_t\}$, $\{u_t\}$ и $\{v_t\}$ – последовательности выхода, управляющего входа и внешнего возмущения соответственно;

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_n q^{-n}, \tag{2}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \cdots + b_n q^{-n} \tag{3}$$

представляют собой полиномы от обратного оператора q^{-1}, а $b_1 \neq 0,\ |a_n| + |b_n| > 0.$

Предполагается, что коэффициенты полиномов A и B в выражениях (2), (3) неизвестны, а возмущение v_t является неизмеряемым.

Сделаем следующие предположения.

1. Порядок объекта n известен.

2. Передаточная функция $W_0(z^{-1}) := W(z^{-1}) / A(z^{-1}).$ не имеет неустойчивых полюсов и нулей, т. е. объект асимптотически устойчив и строго минимально-фазовый.

3. Известна выпуклая компактная область $\Omega \subset \mathbf{R}^{2n}$, к которой принадлежит $2n$-мерный вектор коэффициентов

$$\theta = [a_1, \ldots, a_n,\ b_1, \ldots, b_n]^T.$$

4. Последовательность возмущений $\{v_t\}$ ограничена по модулю некоторым априори известным ε:

$$|v_t| \le \varepsilon \qquad \forall t. \tag{4}$$

Как и в работе [2], последовательность управлений $\{u_t\}$ ограничена по амплитуде так, что

$$-\infty < u_{\min} \le u_t \le u_{\max} < +\infty, \tag{5}$$

где $u_{\min}$ и $u_{\max}$ – минимальные и максимальные уровни входного сигнала, которые должны быть известны.

Пусть y^* $(y^* \equiv \mathrm{const})$ обозначает желаемый выход y_t, тогда ошибка по выходу будет определена как

$$e_t := y^* - y_t. \tag{6}$$

Теперь, необходимы следующие определения, введенные в работе [1, определение 4.1.1].

Определение 1. Последовательность $\{u_t\}$ называется оптимальной, если достигается цель управления в форме

$$\limsup_{t\to\infty} |e_t| \le \varepsilon. \qquad (7)$$

Определение 2. Последовательность $\{u_t\}$ называется субоптимальной, если

$$\limsup_{t\to\infty} |e_t| \le \varepsilon + \delta, \qquad (8)$$

где δ – произвольное достаточно малое положительное число, выбираемое конструктором.

Проблема состоит в том, чтобы получить условия, при которых простой адаптивный алгоритм управления, подобный алгоритму работы [6], при наличии ограничений (5) может гарантировать достижение цели (8) для любого $\delta > 0$.

Неадаптивный случай. Прежде чем приступать к проектированию адаптивного регулятора, который может быть в состоянии достигнуть цели (8), имеет смысл оценить, можно ли решить проблему регулирования при отсутствии параметрической неопределенности объекта. С этой целью определим переменную

$$u'_t = \frac{1}{b_1}[y^* + a_1 y_t + \ldots + a_n y_{t-n} - b_2 u_{t-1} - \ldots - b_n u_{t-n+1}], \qquad (9)$$

которая является сигналом, сформированным обычным «одношаговым» линейным регулятором, использованным в работах [1; 2]. Тогда, принимая во внимание (5), управляющий вход u_t, ограниченный по амплитуде, можно найти как

$$u_t = \mathrm{sat}\{u'_t\}, \qquad (10)$$

где $\mathrm{sat}\{\cdot\}$ – нелинейность типа насыщения, определяемая следующим образом

$$\mathrm{sat}\{x\} = \begin{cases} x_{\max} & \text{при} \quad x > x_{\max}, \\ x & \text{при} \quad x_{\min} \le x \le x_{\max}, \\ x_{\min} & \text{при} \quad x < x_{\min}. \end{cases} \qquad (11)$$

Заметим, что для вычисления u'_t используются ограниченные управляющие сигналы $u_{t-1}, \ldots, u_{t-n+1}$ (а не прошлые сигналы $u'_{t-1}, \ldots, u'_{t-n+1}$, как в линейном случае).

Очевидно, что, если $A(z^{-1}) = 0$ подразумевает $|z| < 1$, то замкнутая система (1), (9) – (11) всегда будет устойчивой в смысле «ограниченный вход – выход» (диссипативной). Кроме того, поскольку ограничения (5) приводят к единственному ограничению

$$|\Delta u'_t| \le u^+, \qquad (12)$$

где

$$\Delta u'_t = u'_t - u^0, \quad u^+ = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2}, \qquad (13)$$

а

$$u^0 = \frac{u_{\min} + u_{\max}}{2}, \qquad (14)$$

из уравнения (1) с учетом ограничения (4) на основе представлений, развиваемых в современной теории управления, можно записать

$$\|u\|_\infty := \sup_{0\le t<\infty} |u_t| \le \max\{|u_{\min}|, |u_{\max}|\},$$

$$\|y\|_{ss} := \limsup_{t\to\infty} |y_t| \le W_0(1)u^0 + \|W_0\|_1 u^+ + \|A^{-1}\|_1 \varepsilon < \infty,$$

где $\|\cdot\|_\infty$ и $\|\cdot\|_1$ – соответствующие ℓ_∞- и ℓ_1-нормы; $\|\cdot\|_{ss}$ обозначает полунорму.

Однако ограниченность $\{u_t\}$ и $\{y_t\}$ пока еще не подразумевает асимптотическую глобальную устойчивость этой системы (при произвольных начальных условиях).

Рассмотрим пример, иллюстрирующий это утверждение.

Пример 1. Пусть $n = 2$; $u_{\min} = 4{,}0$; $u_{\max} = 10{,}0$; $A(q^{-1}) = 1 + 1{,}5q^{-1} + 0{,}95q^{-2}$ и $B(q^{-1}) = 0{,}1q^{-1} - 0{,}05q^{-2}$ выбраны так, чтобы удовлетворить предположение 2. Использовались такие условия: $y^* = 0{,}5$; $y_{-1} = -10{,}0$. При $y_{-2} = 2{,}0$; $u_{-1} = 10{,}0$; $u_{-2} = 10{,}0$ поведение системы для этого случая, показывающее, что $\{u_t\}$ и $\{y_t\}$ могут не сходиться даже когда $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ строго устойчивы, показано на рис. 1.

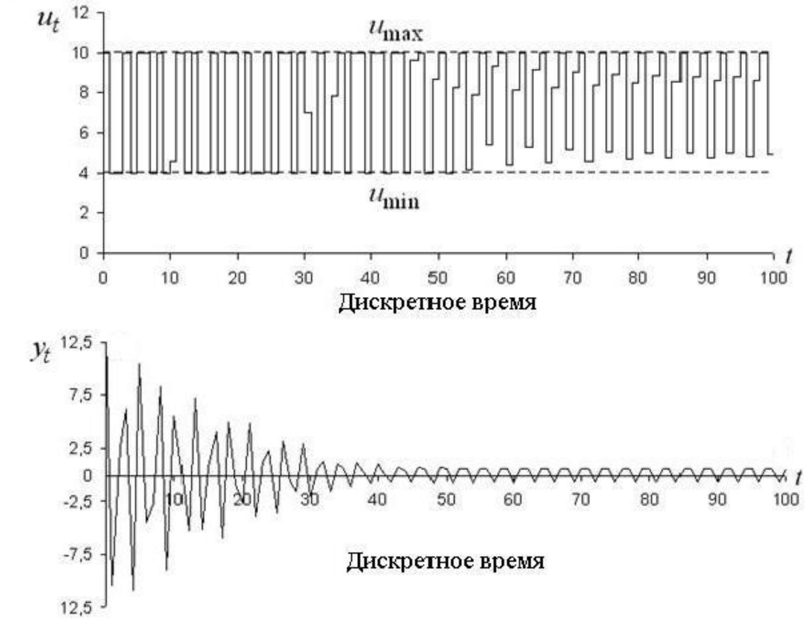

Рис. 1. Поведение неадаптивного регулятора в условиях примера 1

Определение 3. Нелинейная замкнутая система с обратной связью с любым конечным y^* и $v_t \equiv 0$ называется асимптотически устойчивой в большом (глобально), если пределы

$$u_\infty = \lim_{t\to\infty} u_t, \qquad y_\infty = \lim_{t\to\infty} y_t$$

существуют для всех начальных условий в пределах компактного множества.

Чтобы установить условия глобальной устойчивости системы регулирования, согласно выражению (9) запишем

$$y^* + [A(q^{-1}) - 1]y_t = b_1 q^{-1} u'_t + [B(q^{-1}) - b_1 q^{-1}]u_t. \qquad (15)$$

Умножая обе части уравнения (15) на $A(q^{-1})$ и используя уравнение (1), при $v_t \equiv 0$ получаем

$$b_1 A(q^{-1}) q^{-1} u'_t = A(q^{-1}) y^* - [B(q^{-1}) - b_1 A(q^{-1}) q^{-1}]u_t. \qquad (16)$$

Соотношения (10) – (14) позволяют записать

$$u_t = \operatorname{sat}\{\Delta u'_t\} + u^0, \qquad (17)$$

где $\operatorname{sat}\{\Delta u'_t\}$ – нелинейность типа насыщения в форме (11) с симметрическими границами $x_{\min} = -u^+$ и $x_{\max} = u^+$. На основании уравнений (16), (17) с учетом соотношений (10) – (14) получим систему регулирования, эквивалентную замкнутой системе (1), (9) – (11). Последняя становится подобной нелинейной системе, изучаемой Я. З. Цыпкиным [17] и изображенной на рис. 2. Ее разомкнутый контур включает нелинейность $\operatorname{sat}\{\Delta u'_t\}$ и линейную динамическую часть, передаточная функция которой $H(z^{-1})$ определяется из уравнения (16) как

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1^{-1}B(z^{-1}) - A(z^{-1})z^{-1}}{A(z^{-1})z^{-1}}. \tag{18}$$

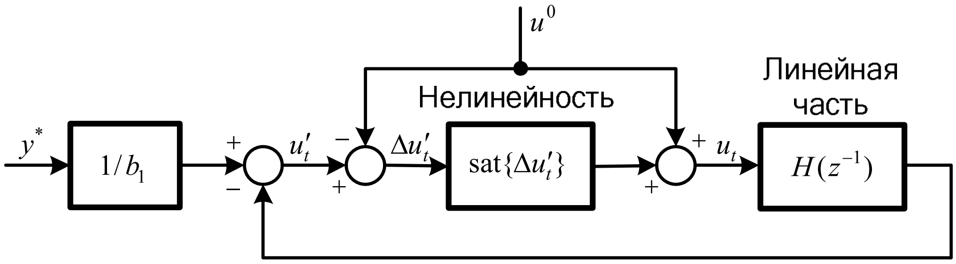

Рис. 2. Конфигурация обратной связи для исследования устойчивости

Поскольку знаменатель $H(z^{-1})$ устойчив, а $\mathrm{sat}\{\Delta u_t'\}$ является секторной нелинейностью, классический частотный критерий устойчивости Я. З. Цыпкина [17] применим. Этот критерий позволяет установить окончательный результат в форме теоремы.

Теорема 1. Пусть полином $A(z^{-1})$ устойчив. Тогда достаточное условие глобальной асимптотической устойчивости системы (1), (9) – (11) имеет вид

$$1 + \min_{0\le\omega\le\pi} \mathrm{Re}\, H(e^{-j\omega}) > 0, \tag{19}$$

где $H(e^{-j\omega})$ – частотная характеристика, полученная подстановкой $z = \exp(j\omega)$ в выражение (18).

Следствие. Система (1), (9) – (11) устойчива в смысле определения 3, если

$$\|H\|_\infty < 1. \tag{20}$$

Доказательство следует из соотношения (20) и из определения ℓ_∞-нормы

$$\|H\|_\infty := \sup_{0\le\omega\le\pi} \left|H(e^{-j\omega})\right|.$$

Геометрическая интерпретация условия (19) дана на рис. 3. Видно, что в случаях (*а*) и (*б*) глобальная асимптотическая устойчивость гарантируется, тогда как в случае (*с*), где вектор θ порождает полиномы, указанные в примере 1, она, возможно, отсутствует (см. рис. 1). Заметим, что случай (*б*) удовлетворяет условию (20).

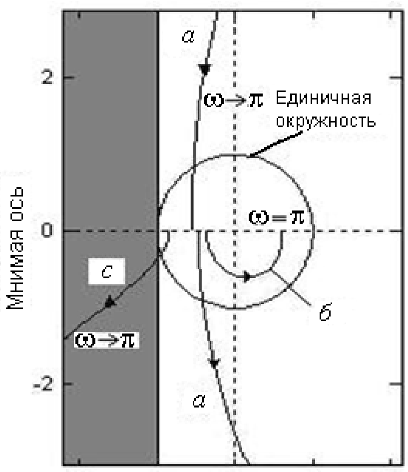

Рис. 3. Годографы $H(z^{-1})$ при нескольких θ : $a - \theta = [1{,}5,\ 0{,}95,\ 0{,}1,\ 0{,}08]^T$;
$б - \theta = [0{,}7,\ 0{,}2,\ 0{,}1,\ 0{,}02]^T$; $c - \theta = [1{,}5,\ 0{,}95,\ 0{,}1,\ -0{,}05]^T$

Оказывается, что если $A(z^{-1}) \equiv 1$, а $B(z^{-1})$ представляет собой гиперустойчивый полином, удовлетворяющий требованию

$$|b_1| > |b_2| + \cdots + |b_n|, \tag{21}$$

то соотношение (20) всегда исполняется.

Можно также доказать, что, если объект (1) свободен от возмущения, то в условиях теоремы 1 цель регулирования (7) при $\varepsilon = 0$ достигается и

$$\lim_{t\to\infty} u_t = y^* W_0(1)^{-1},$$

если

$$u_{\min} \le y^* W_0(1)^{-1} \le u_{\max},$$

где $W_0(1) = B(1)/A(1)$ представляет собой статический коэффициент усиления объекта. Однако при наличии возмущения, амплитуда ε которого является достаточно большой, такая цель не может быть достигнута в общем случае. Этот факт подтверждается при рассмотрении следующего примера.

Пример 2. Пусть $n = 2$, $u_{\min} = 0$, и $u_{\max} = 10{,}0$; $y^* = 0{,}5$; полиномы $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$ порождаются вектором θ, соответствующим случаю (*а*) на рис. 3. Управляющий вход и выход объекта в замкнутой системе (1), (9) – (11) с возмущением v_t, представляющим собой псевдослучайную переменную в пределах множества $[-0{,}2,\ 0{,}2]$, показаны на рис. 4. Можно наблюдать, что время от времени происходит насыщение, в течение которого ошибка на выходе e_t превышает допустимые границы, равные 0,2. В этом случае цель (7) не достигается.

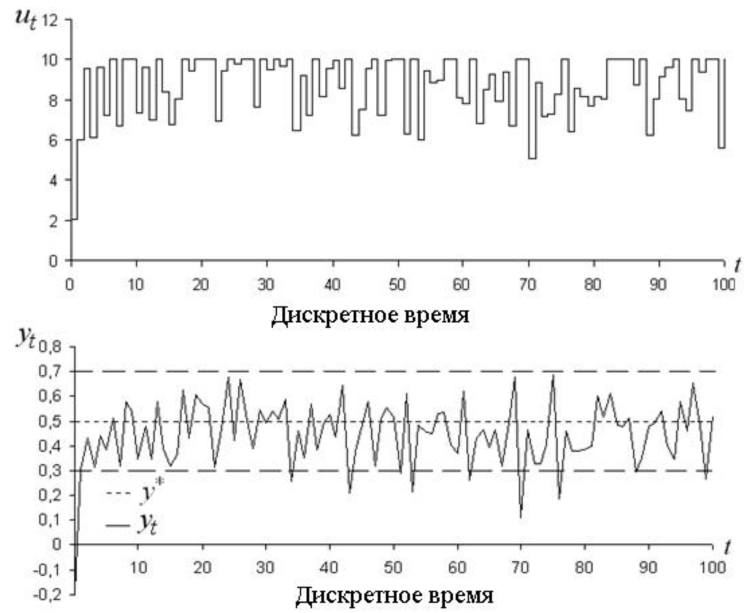

Рис. 4. Поведение неадаптивного регулятора в условиях примера 2

Пусть $u_{\max} = -u_{\min} = u^+$. Можно показать, что с этим дополнительным условием справедлив следующий результат.

Теорема 2. При условии, что $y^* = 0$, $u_t \in [-u^+,\ u^+]$, имеется некоторое $\varepsilon^* > 0$, достаточно малое для того, чтобы удовлетворить соотношение

$$\varepsilon^* \|W_{v/u}\|_1 \le u^+, \tag{22}$$

и такое, что если $0 \le \varepsilon \le \varepsilon^*$, то цель (7) будет достигнута, где $\|W_{v/u}\|_1$ обозначает ℓ_i-норму передаточной функции $W_{v/u}(z^{-1}) = \bar{A}(z^{-1}) / B(z^{-1})$, в которой $\bar{A}(z^{-1}) = A(z^{-1}) - 1$.

Вследствие ограничения объема доказательство опущено. Заметим только, что соотношение (22) получается решением классической задачи Б. В. Булгакова о накоплении возмущений.

Построение адаптивного регулятора. Закон адаптивного управления выбирается как

$$u'_t = \frac{1}{b_1(t)}[y^* + a_1(t)y_t + \ldots + a_n(t)y_{t-n} - b_2(t)u_{t-1} - \ldots - b_n(t)u_{t-n+1}] \tag{23}$$

посредством замены неизвестных коэффициентов a_i и b_i в (9) их оценками $a_i(t)$ и $b_i(t)$ соответственно.

Алгоритм адаптации для обновления вектора

$$\theta_t = [a_1(t), \ldots, a_n(t),\ b_1(t), \ldots, b_n(t)]^T$$

описывается формулой

$$\theta_t = \mathrm{Proj}\left\{\theta_{t-1} + \gamma_t \frac{\varphi_{t-1}}{\|\varphi_{t-1}\|^2} f(\tilde{e}_t, \varepsilon, \varepsilon^0)\right\}, \tag{24}$$

где Proj обозначает оператор проектирования, необходимый, чтобы гарантировать $\theta_t \in \Omega \ \ \forall t$;

$$\tilde{e}_t = y_t - \theta_{t-1}^T \varphi_{t-1} \tag{25}$$

– ошибка предсказания, зависящая от прошлого вектора оценки θ_{t-1} и вектора регрессии

$$\varphi_{t-1} = [-y_{t-1}, \ldots, -y_{t-n},\ u_{t-1}, \ldots, u_{t-n}]^T;$$

$f(,\cdots,)$ – модифицированная функция нечувствительности, определяемая следующим образом:

$$f(\tilde{e}_t, \varepsilon, \varepsilon^0) = \begin{cases} \tilde{e} - \varepsilon, & \text{если} \quad \tilde{e} > \varepsilon^0, \\ 0, & \text{если} \quad |\tilde{e}| \le \varepsilon^0 \quad (\varepsilon^0 > \varepsilon), \\ \tilde{e} + \varepsilon, & \text{если} \quad \tilde{e} < -\varepsilon^0; \end{cases} \tag{26}$$

γ_t – коэффициент, выбираемый из диапазона

$$0 < \gamma' \le \gamma_t \le \gamma'' < 2 \tag{27}$$

с некоторыми фиксированными γ' и γ'' так, чтобы $b_1(t)$ в (23) было отличным от нуля; $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора.

Отличительная особенность адаптивного управления с ограничением состоит в том, что $e_t \not\equiv -\tilde{e}_t$, тогда как при отсутствии ограничений по управлению имеем $e_t \equiv -\tilde{e}_t$, где e_t и $\tilde{e}_t$ – соответственно ошибка по выходу и ошибка предсказания, которые определяются выражениями (6) и (25).

Свойства сходимости формулируются в следующей лемме.

Лемма. Если полином $A(z^{-1})$ строго устойчив, то алгоритм адаптации (24) – (27) с любым $\varepsilon^0 > \varepsilon$ сходится за конечное время t^*, так что: (а) $\theta_t \equiv \theta_{t^*} = \theta^*$ для всех $t \ge t^*$, где $\theta^* \in \Omega$.; (б) $\lim\sup_{t\to\infty}|\tilde{e}_t| \le \varepsilon^0$ (независимо от того, как генерируется $\{u_t\}$).

Доказательство приведено в работе [1, теорема 2.1.1].

Замечание. Как и в случае отсутствия ограничения, оценки $a_i(t)$ и $b_i(t)$, которые замораживаются при $t \in [t^*, \infty)$, могут не быть близкими к их истинным значениям a_i и b_i

соответственно. При этом желаемое качество управления в форме (8) пока еще не гарантируется, поскольку $e_t \not\equiv -\widetilde{e}_t$ (в отличие от неограниченного случая). Чтобы показать это свойство, будет представлен некоторый модельный пример.

Пример 3. Результаты моделировании при $n = 2$; $u_{\min} = 0$; $u_{\max} = 10{,}0$; $y^* = 1{,}0$; $A(z^{-1}) \equiv 1$; $B(z^{-1}) = 0{,}1z^{-1} + 0{,}08z^{-2}$ $\theta_0 = [0,\ 0,\ 0{,}09,\ 0{,}192]^T$ с таким же возмущением $\{v_t\}$, как в примере 2, и $\varepsilon^0 = 0{,}35$ представлены на рис. 5.

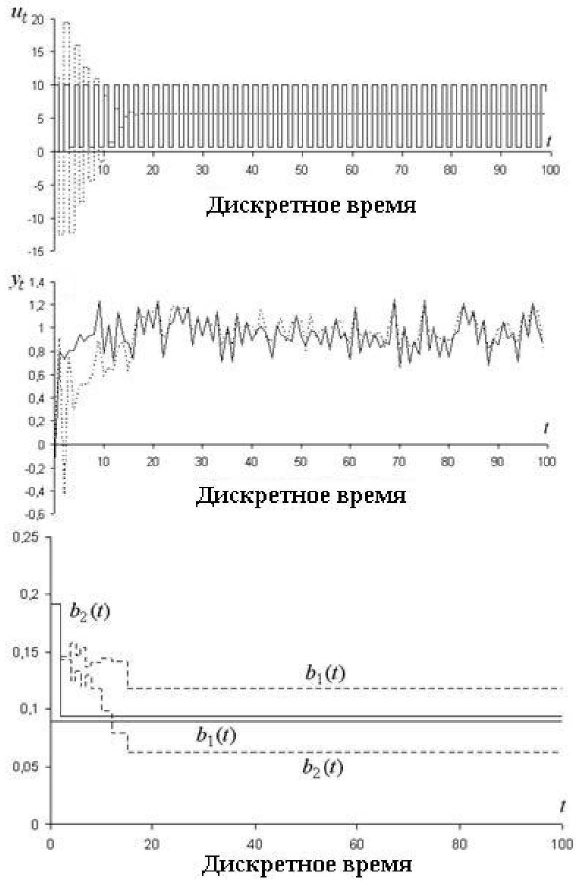

Рис. 5. Поведение адаптивных регуляторов в условиях примера 3:
——— –управление с ограничением; – – – – управление без ограничения

Можно заметить, что при адаптивном управлении субоптимальное поведение в случае ограниченного входа может не быть достигнуто (в отличие от неограниченного случая).

Основной результат. Пусть A', B' и A'', B'' будут полиномами, порожденными некоторыми θ' и θ'' из Ω. Чтобы установить достаточное условие, при котором может быть обеспечена субоптимальность в случае ограниченного входа, потребуются следующие дополнительные предположения относительно Ω.

5. Область Ω такова, что: а) полиномы A', B' и A'', B'' устойчивы для любых $\theta', \theta'' \in \Omega$; б) полином $\widetilde{B} = B' + A'B'' - A''B'$ устойчив; в) удовлетворяется условие

$$1 + \min_{\theta_1', \theta_2'' \in \Omega} \min_{0 \le \omega \le \pi} \operatorname{Re} H(\theta', \theta'', e^{-j\omega}) > 0,$$

в котором

$$H(\theta', \theta'', z^{-1}) = [(b_1'')^{-1} \tilde{B}(z^{-1}) - A'(z^{-1})] / A'(z^{-1}) z^{-1},$$

где $\tilde{B} = B' + A'B'' - A''B'$.

Основной результат формулируется следующим образом.

Теорема 3. В условиях предположений 1 – 5 с $\varepsilon^0 = \varepsilon + \delta$, $y^* = 0$ адаптивный регулятор (10), (23) – (27), примененный к объекту (1) с ограничениями (5), имеет такие свойства:

1. Цель (8) достигается при любом $\varepsilon < \varepsilon^*$, где ε^* удовлетворяет требованию

$$\varepsilon^* \sup_{\theta',\theta''\in\Omega} \left\| \tilde{W}_{v/u}(\theta',\theta'') \right\|_1 < u^+,$$

в котором $\tilde{W}_{v/u}(\theta',\theta'') := \bar{A}'(z^{-1}) / \tilde{B}(z^{-1})$.

2. Управление u_t прекращает выходить на насыщение после конечного переходного периода.

Доказательство проводится по такой же схеме, как и доказательство теоремы 2, с использованием результатов леммы.

Моделирование. Модельный пример, показывающий успешное поведение адаптивного регулятора, показан на рис. 6.

Условия моделирования были выбраны как $\varepsilon^0 = 0,3$,

$A(z^{-1}) = 1 + 1,5z^{-1} + 0,95z^{-2}$, $B(z^{-1}) = 0,5z^{-1} + 0,4z^{-2}$, $\theta_0 = [0, 0, 0,2, 0,1]^T$ и $y^* = 1,0$.

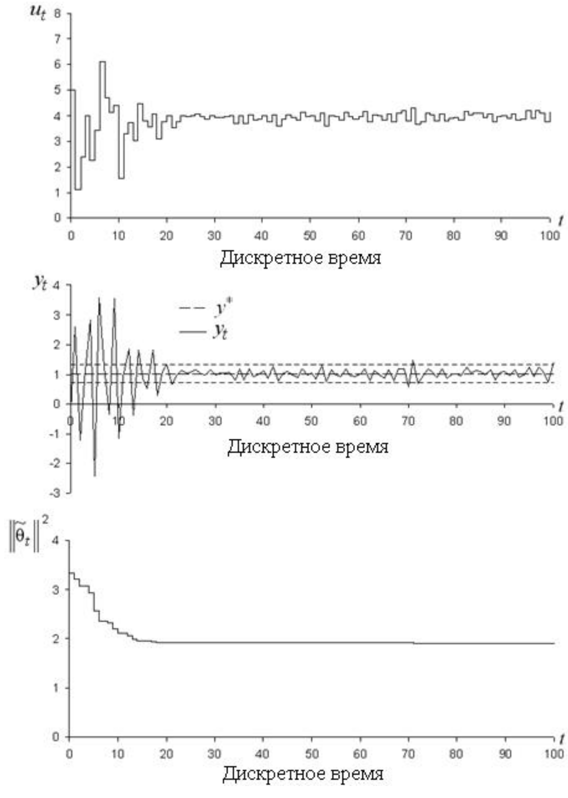

Рис. 6. Адаптивное субоптимальное управление с $\tilde{\theta}_t = \theta - \theta_t$

Заключение. Проведен анализ асимптотических свойств дискретной адаптивной системы управления с ограничением по амплитуде и ограниченным возмущением. Ее основные результаты: 1) получены достаточные условия, гарантирующие глобальную асимптотическую устойчивость этой системы; 2) установлены достаточные условия, при которых система будет субоптимальной с заданным показателем субоптимальности.

Список литературы

1. *Фомин В. Н.* Адаптивное управление динамическими объектами / В. Н. Фомин, А. Л. Фрадков, В. А. Якубович. – М.: Наука, 1981. – 448 с.
2. *Goodwin G. C.* Adaptive filtering, prediction and control /G. C. Goodwin, K. S. Sin. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984. – 540 p.

3. *Landau, I. D.* Adaptive control / I. D. Landau, R. Lozano, M. M'Saad. – London: Springer, 1997. – 562 p.
4. *Кунцевич В. М.* Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак. – К.: Наук. думка, 1985. – 248 с.
5. *Азарсков В. Н.* Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин, Л. С. Житецкий, Н. Н. Куссуль. – К.: НАУ. – 2004. – 500 с.
6. *Ortega R.* A note on direct adaptive control of systems with bounded disturbances / R. Ortega, R. Lozano // Automatica. – 1987. – Vol. 23, N 2. – P. 253 – 254.
7. *Annaswamy A. M.* Discrete-time adaptive control in the presence of input constraints / A. M. Annaswamy, S. P. Karason // Automatica. – 1995. – Vol. 31, N 10. – P. 1421–1431.
8. *Ohkawa F.* Discrete model reference adaptive control system for a plant with input amplitude constraints / F. Ohkawa, Y. A. Yonezawa // Int. J. Control – 1982. – Vol 36, N 5. – P. 747 – 753.
9. *Payne A. N.* Adaptive one-step-ahead control subject to an input-amplitude constraint / A. N. Payne // Int. J. Control. – 1986. –Vol. 43, N 4. – P. 1257 – 1269.
10. *Zhiteckij L. S.* Simple adaptive controllers for a discrete-time infinite-dimensional control with saturation constraints and its application / L.S. Zhiteckij, V. I. Skurikhin, N. A. Sapunova, L. P. Jakovenko // Preprints of an IFAC Workshop "Adaptive Systems and Signal Processing" (University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK, 26th–28th August, 1998). – 1998. – P. 321 – 326.
11. *Abramovich D. Y.* On the stability of adaptive pole placement controllers with a saturating actuator / D. Y. Abramovich, G. F. Franklin // IEEE Trans. Automat. Control. – 1990. – Vol. 35, N 3. – P. 303 – 306.
12. *Feng G.* Stability of input amplitude constrained adaptive pole placement control systems / G. Feng, C. Zhang, M. Palaniswami // *Automatica*. – 1994. – Vol. 30, N 6. – P. 1065 – 1070.
13. *Zhang C.* Adaptive pole assignement subject to saturation constraints / C. Zhang, R. J. Evans // Int. J. Control. – 1987. – Vol. 46, N 4. – P. 1391 – 1388.
14. *Zhang C.* Discrete-time saturation constrained adaptive pole assignment control / C. Zhang // IEEE Trans. Automat. Control. – 1993. – Vol. 38, N 8. – P. 1250 – 1254.
15. *Chaoui F. Z.* Adaptive stabilization and tracking of constrained linear systems / F. Z. Chaoui, F. Giri, M. M'Saad // Preprints of an IFAC Workshop "Adaptive Systems and Signal Processing" (University of Strathclyde, Glasgow, Scotland, UK, 26th–28th August, 1998). – 1998. – P. 454 – 459.
16. *Chaoui F. Z.* Adaptive control of input constrained type-1 plants: stabilization and tracking / F. Z. Chaoui F. Giri, M. M'Saad // Automatica. – 2001. – Vol. 37, N 1. – P. 197 – 203.
17. *Цыпкин Я. З.* Об устойчивости в большом нелинейных импульсных систем / Я. З. Цыпкин // Докл. АН СССР. – 1962. – Т. 145, № 1. – С. 52 – 58.

В. М. Азарсков, Л. С. Житецький, Л. М. Блохін

Адаптивна субоптимальна система керування об'єктом з обмеженим входом

Розглянуто адаптивну систему керування, що містить деякий дискретний лінійний стаціонарний об'єкт з довільними обмеженими збуреннями, керувальний вхід якого має певні межі. Установлено достатні умови, що гарантують глобальну асимптотичну стійкість і одночасно субоптимальність замкнених систем. Наведено числові приклади і результати моделювання.

V. N. Azarskov, L. S. Zhiteckij, L. N. Blokhin

Adaptive suboptimal control system of input constrained Plant

Adaptive systems containing a discrete-time linear time-invariant plant with arbitrary bounded disturbances whose control input is constrained to lie within certain limits is considered. The sufficient conditions guaranteeing the global asymptotical stability and simultaneously the suboptimality of the closed-loop systems are established. Numerical examples and simulation results are given.