УДК 656.025.4:519.876.3(045)

Г. С. Прокудін, д-р техн. наук

ОРГАНІЗАЦІЯ ВАНТАЖНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ НА ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ З ОБМЕЖЕННЯМ ЇХ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ

Національний транспортний університет, e-mail: p_g_s@ukr.net

Запропоновано новий підхід до організації вантажних перевезень на транспортних мережах з урахуванням існуючих обмежень пропускної здатності їх вузлів і комунікацій. В основу підходу покладено метод знаходження найкоротших маршрутів переміщення вантажів на транспортних мережах.

Ключові слова: транспортна мережа, обмеження, пропускна здатність, маршрут.

Вступ. Більшість стандартних методів вирішення транспортного завдання (ТЗ) у класичній постановці [1] не враховують два істотні обмеження, які властиві майже всім транспортним перевезенням [2]. Передусім це мережева топологія самих перевезень, яка припускає транспортування вантажу через проміжні вузли, якими можуть бути як постачальники, так і споживачі продукції, а також існуючі реальні обмеження на пропускну здатність транспортних комунікацій. Тому особливо актуальним для транспортної галузі в цілому і для окремих автотранспортних підприємств, які безпосередньо зайняті вантажними перевезеннями, є розроблення нових методів оптимізації перевезень вантажів на транспортних мережах (ТМ) з обмеженнями пропускної здатності їх комунікацій – транспортних вузлів і доріг.

Математична постановка ТЗ з обмеженнями пропускної здатності комунікацій. Математична постановка ТЗ буде мати такий вигляд:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

тобто загальна кількість вантажу, що відправляється з усіх m пунктів, дорівнює сумарним потребам всіх n споживачів:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m; \qquad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

тобто сума всіх постачань i-го постачальника не повинна бути більшою, ніж він спроможний відвантажити, а сума всіх постачань j-му споживачу не перевищує його потреб:

$$c_{ij} \ge 0, \quad x_{ij} \ge 0,$$

тобто питомі витрати c_{ij} на перевезення вантажу від i-го постачальника до j-го споживача – тільки додатні значення, як і постачань

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} = z \to \min,$$

тобто загальна сума витрат на перевезення повинна бути мінімальною;

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ij} \ge a_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \qquad \sum_{i=1}^{m} d_{ij} \ge b_j, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

тобто сума пропускних здатностей всіх комунікацій, вихідних від i-го постачальника, не повинна бути меншою, ніж він спроможний відвантажити, а сума всіх комунікацій, вхідних до j-го споживача, не має бути меншою, ніж він запросив;

де d_{ij} – пропускна здатність комунікацій, яка існує між кожним i-м постачальником і кожним j-м споживачем продукції;

$$x_{ij} \le d_{ij}, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \; j = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

тобто обсяг перевезеного вантажу по кожній дузі ТМ не має бути більшим, ніж пропускна здатність відповідної комунікації.

Організація перевезень вантажів на ТМ з обмеженнями пропускної здатності її вузлів і комунікацій. Розглянемо на конкретному прикладі використання наведених методів організації перевезень ТМ з обмеженнями пропускної здатності її вузлів і комунікацій.

Транспортна мережа з трьома постачальниками (A_i, $i = 1, 2, 3$), чотирма споживачами (B_j, $j = 1, 2, 3, 4$) і одним проміжним пунктом ($C_k, k = 1$) однорідного вантажу, обсяги постачань a_i і споживання b_j якого збалансовані і проставлені у відповідних пунктах, показано на рис. 1.

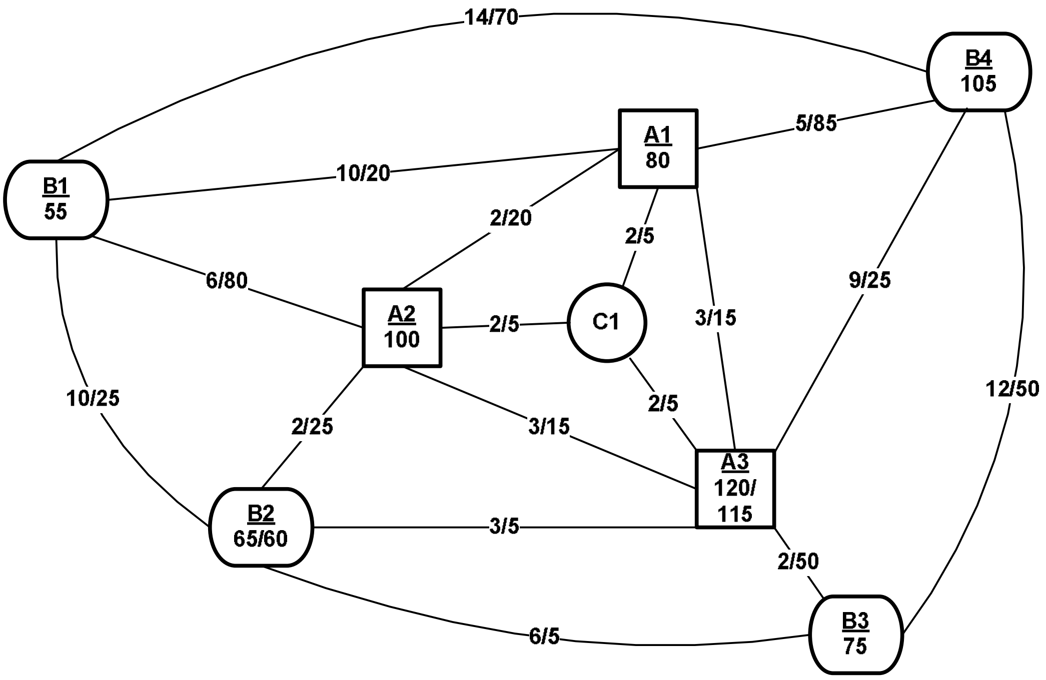

Рис. 1. Приклад ТМ у вигляді графу

Але сума пропускних здатностей всіх комунікацій, вихідних від третього постачальника A_3, менша на 5 умовних одиниць вантажу (у. о. в.), ніж він здатен відвантажити, а сума всіх комунікацій, вхідних до другого споживача B_2, менша на 5 у. о. в., ніж він запросив (рівняння (2)). Відкоригуємо ці попит і пропозицію, віднявши відповідні величини від обсягів вантажу у постачальника A_3 і споживача B_2. На рис. 1 нові значення обсягів вантажу в A_3 і B_2 проставлені через навкісну риску.

Використовуючи модифікований метод зведення перевезень ТМ до матричного вигляду [3], отримаємо відповідну транспортну таблицю (ТТ) найкоротших маршрутів між усіма учасниками перевізного процесу (табл. 1).

Ця таблиця також містить скориговані обсяги перевезень вантажу (останні стовпчик і рядок таблиці), а також пропускну здатність (лівий верхній кут кожної клітинки таблиці), сумарну вартість перевезення одиниці продукції від кожного постачальника до кожного споживача найкоротшим шляхом (правий верхній кут кожної клітинки таблиці) і проміжні пункти цих маршрутів. Спробуємо оптимізувати перевезення вантажів (табл. 1) без урахування пропускних здатностей відповідних маршрутів (табл. 2).

Таблиця 1

Вихідна транспортна таблиця

A_i	B_i				
	B_1	B_2	B_3	B_4	*Запаси* a_i
A_1	20 8 A_2	20 4 A_2	15 5 A_3	85 5	**80**
A_2	80 6	25 2	15 5 A_3	20 7 A_1	**100**
A_3	15 9 A_2	5 3	50 2	15 8 A_1	**115**
Заявки b_j	**55**	**60**	**75**	**105**	–

Як видно з цієї ТТ, перевезення вантажу від постачальника A_2 до споживача B_2 і від постачальника A_3 до споживачів B_2, B_3 *і* B_4 не можливо через недостатню пропускну здатність відповідних маршрутів (2). Останнє означає, що побудований оптимальний план перевезень вантажу не може бути виконаний цією ТМ у повному обсязі.

Спробуємо максимально задовольнити потреби всіх споживачів вантажу передусім за рахунок більш «дешевих» його постачальників (що у цьому випадку є повною мірою природним). Для цього перенумеруємо всі перевезення вантажу (табл. 2), починаючи із самого «дешевого» (від A_2 до B_2) і закінчуючи маршрутом, який має найбільшу вартість перевезення по ньому одиниці вантажу – це маршрут від A_3 до B_4.

Таблиця 2

Оптимальний план перевезень

A_i	B_i				
	B_1	B_2	B_3	B_4	*Запаси* a_i
A_1	20 8	20 4	15 5	85 5 $\mathbf{80^{IV}}$	**80**
A_2	80 6 $\mathbf{55^{V}}$	25 2 $\mathbf{38^{I}}$	15 5	20 7 $\mathbf{7^{VI}}$	**100**
A_3	15 9	5 3 $\mathbf{22^{III}}$	50 2 $\mathbf{75^{II}}$	15 8 $\mathbf{18^{VII}}$	**115**
Заявки b_j	**55**	**60**	**75**	**105**	–

Перед тим як почати покроковий процес узгодження планів перевезень вантажу, додатково побудуємо дві таблиці – таблицю величин пропускної здатності і таблицю вартостей транспортування одиниці вантажу по всіх комунікаціях аналізованої ТМ (відповідно табл. 3 і 4). Опишемо алгоритм розподілу перевезень вантажу ТМ з обмеженнями пропускної здатності її комунікацій:

1. Вибираємо клітинку [i, j] із ТТ (табл. 2) з найменшою вартістю транспортування одиниці вантажу по маршруту, що сполучає i-й пункт поставки і j-й пункт споживання.

2. Якщо пропускна здатність маршруту більша, ніж обсяг переміщуваного по ньому вантажу, тоді із величини пропускної здатності всіх вхідних у нього ділянок (табл. 3) віднімається величина цього вантажу, у противному випадку віднімається сама величина пропускної здатності цього маршруту. При цьому, якщо пропускна здатність якої-небудь ділянки маршруту стане рівною нулю, що означає вилучення цієї ділянки з подальшого розгляду, то в цьому випадку у відповідне місце таблиці вартостей транспортування одиниці

вантажу (табл. 4) заноситься величина, свідомо більша від будь-якої величини транспортування вантажу із цієї таблиці.

Таблиця 3

Таблиця пропускних здатностей всіх ділянок ТМ

A_i	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	C_1
A_1	–	**20** -5^{VI} –	**15** -15^{II_2} –	**20** -15^{II_2} -5^{II_3}	–	–	**85** -80^{IV} -5^{VI}	**5** -5^{II_3} –
A_2	**20** -5^{VI} – –	–	**15** -2^{VI_1} -12^{III_1} –	**80** -55^{V} -13^{I_1} -12^{III_1}	**25** -25^{I} – –	–	–	**5** – – –
A_3	**15** -15^{II_2}	**15** -2^{VI_1} -12^{III_1}	–	–	**5** -5^{III} – –	**50** -50^{II} – –	**25** -18^{VII_1} -2^{VI_1} -5^{II_1}	**5** -5^{II_3} – –
B_1	**20** -15^{II_2} -5^{II_3} –	**80** -55^{V} -13^{I_1} -12^{III_1}	–	–	**25** -13^{I_1} -12^{III_1} –	–	**70** -15^{II_2} -5^{II_3} –	–
B_2	–	**25** -25^{I} –	**5** -5^{III} –	**25** -13^{I_1} -12^{III_1}	–	**5** – –	–	–
B_3	–	–	**50** -50^{II} – –	–	**5** – – –	–	**50** -5^{II_1} -15^{II_2} -5^{II_3}	–
B_4	**85** -80^{IV} -5^{VI} –	–	**25** -18^{VII_1} -2^{VI_1} -5^{II_1}	**70** -15^{II_2} -5^{II_3} –	–	**50** -5^{II_1} -15^{II_2} -5^{II_3}	–	–
C_1	**5** -5^{II_3}	**5**	**5** -5^{II_3}	–	–	–	–	–

Таблиця 4

Таблиця вартостей транспортування одиниці вантажу по всім ділянкам ТМ

A_i	A_1	A_2	A_3	B_1	B_2	B_3	B_4	C_1
A_1	–	2 –	3 **999**	10 **999**	–	–	5 **999**	2 **999**
A_2	2 –	–	3 –	6 **999**	2 **999**	–	–	2 –
A_3	3 **999**	3 –	–	–	3 **999**	2 **999**	9 **999**	2 **999**
B_1	10 **999**	6 **999**	–	–	10 **999**	–	14 –	–
B_2	–	2 **999**	3 **999**	10 **999**		6 –	–	–
B_3	–	–	2 **999**	–	6 –	–	12 –	–
B_4	5 **999**	–	9 **999**	14 –	–	12 –	–	–
C_1	2 **999**	2 –	2 **999**	–	–	–	–	–

3. Пункти 1 і 2 цього алгоритму будуть виконуватися для всіх зайнятих перевезеннями клітинок ТТ (табл. 2) у міру зростання їхніх номерів, причому в пункті 2 щоразу аналізується нова «відкоригована» на попередніх кроках пропускна здатність транспортних комунікацій аналізованої ТМ.

4. На цьому кроці для всіх зайнятих перевезеннями клітинок ТТ (див. табл. 2), які не були повністю забезпечені вантажем на 2-му кроці алгоритму, знаходяться нові найкоротші маршрути транспортування вантажу від конкретного пункту поставки вантажу до конкретного пункту його одержання. Після цього знайдені величини найкоротших маршрутів розміщуються в міру їх зростання.

5. Потім для знайдених клітинок ТТ аналогічним чином виконуються дії пунктів 1 і 2 цього алгоритму.

6. Алгоритм закінчується після того як вичерпуються пропускні здатності всіх транспортних комунікацій, які виходять із пунктів відправлення вантажу. Причому не завжди весь обсяг вантажу, який перебуває у всіх його постачальників, вивозиться від них повністю і як наслідок не всі споживачі вантажу одержують його в повному обсязі.

Нижче наводяться результати роботи пунктів 1, 2 і 3 описаного вище алгоритму для клітинок ТТ (табл. 4), які зайняті перевезеннями вантажу. Маршрути транспортування вантажу з указанням обсягу перевезеного вантажу (числа над стрілками) і вартості перевезення одиниці вантажу по кожній ділянці розглянутого маршруту (числа під стрілками):

$$\mathrm{I} = A_2 \xrightarrow[2]{25} B_2 \qquad \mathrm{II} = A_3 \xrightarrow[2]{50} B_3 \qquad \mathrm{III} = A_3 \xrightarrow[3]{5} B_2 \qquad \mathrm{IV} = A_1 \xrightarrow[5]{80} B_4$$

$$\mathrm{V} = A_2 \xrightarrow[6]{55} B_1 \qquad \mathrm{VI} = A_2 \xrightarrow[2]{5} A_1 \xrightarrow[5]{5} B_4 \qquad \mathrm{VII} = A_3 \xrightarrow[3]{0} A_1 \xrightarrow[5]{0} B_4$$

Примітка. У цьому випадку нульові перевезення вантажу означають нульову пропускну здатність цього маршруту.

Результати роботи пунктів 4, 5 і 6 описаного вище алгоритму для клітинок ТТ (табл. 3), які не були повністю забезпечені вантажем на 2-му кроці алгоритму (цей процес повторюється тричі):

$$\mathrm{VII_1} = A_3 \xrightarrow[9]{18} B_4 \qquad \mathrm{VI_1} = A_2 \xrightarrow[3]{2} A_3 \xrightarrow[9]{2} B_4 \qquad \mathrm{I_1} = A_2 \xrightarrow[6]{13} B_1 \xrightarrow[10]{13} B_2 \qquad \mathrm{III_1} = A_3 \xrightarrow[3]{12} A_2 \xrightarrow[6]{12} B_1 \xrightarrow[10]{12} B_2$$

$$\mathrm{II_1} = A_3 \xrightarrow[9]{5} B_4 \xrightarrow[12]{5} B_3$$ – перша ітерація

$$\mathrm{II_2} = A_3 \xrightarrow[3]{15} A_1 \xrightarrow[10]{15} B_1 \xrightarrow[14]{15} B_4 \xrightarrow[12]{15} B_3 \qquad \mathrm{III_2} = A_3 \xrightarrow[3]{0} A_1 \xrightarrow[10]{0} B_1 \xrightarrow[14]{0} B_4 \xrightarrow[12]{0} B_3 \xrightarrow[6]{0} B_2$$ – друга ітерація

$$\mathrm{II_3} = A_3 \xrightarrow[2]{5} C_1 \xrightarrow[2]{5} A_1 \xrightarrow[10]{5} B_1 \xrightarrow[14]{5} B_4 \xrightarrow[12]{5} B_3 \qquad \mathrm{III_3} = A_3 \xrightarrow[2]{0} C_1 \xrightarrow[2]{0} A_1 \xrightarrow[10]{0} B_1 \xrightarrow[14]{0} B_4 \xrightarrow[12]{0} B_3 \xrightarrow[6]{0} B_2$$ – третя ітерація

На рис. 2 пунктирними лініями показано знайдений план перевезень вантажу для цього прикладу. Ділянки ТМ, на яких повністю використовується їх пропускна здатність, виділено жирною лінією.

Узагальнені результати роботи алгоритму організації перевезень вантажу ТМ із обмеженням на пропускну здатність її транспортних комунікацій наведено у табл. 5. Як видно з таблиці п'ять одиниць вантажу не вивезено з вузла A_3 і, як наслідок, вузол B_2 не одержав цих п'яти одиниць. Для реалізації плану перевезень вантажу з табл. 2, який не враховує пропускної здатності транспортних комунікацій потрібно 1215 умовних грошових одиниць (у. г. о.), а для реалізації плану перевезень вантажу з табл. 5, що враховує пропускну здатність транспортних комунікацій, – 2442 у. г. о.

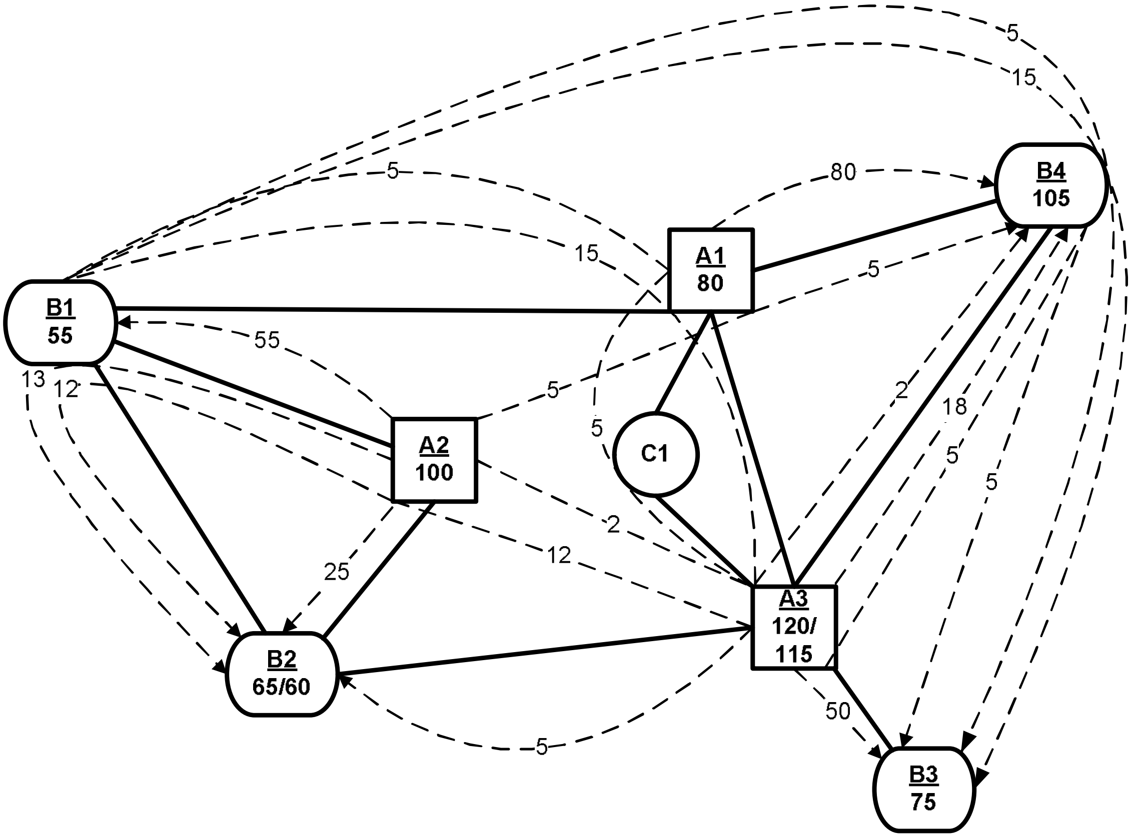

Рис. 2. План перевезення вантажу ТМ

Таблиця 5

План перевезень вантажу, який ураховує пропускні здатності транспортних комунікацій

A_i	B_i				
	B_1	B_2	B_3	B_4	*Запаси* a_i
A_1	20 8	20 4	15 5	85 5 **80**	**80**
A_2	80 6 **55**	25 2 **38**	15 5	20 7 **7**	**100**
A_3	15 9	5 3 **17**	50 2 **75**	15 8 **18**	**115 +5**
Заявки b_j	**55**	**60 -5**	**75**	**105**	–

Висновки. Публікації [4; 5] описаних вище методів, а також результати їх апробації на великій кількості практичних прикладів, реалізованих у середовищі спеціально створеного програмного комплексу [6], дозволяє зробити висновок про створення нового підходу до організації перевезень вантажів транспортною мережею з обмеженням пропускної здатності її вузлів і комунікацій.

Список літератури

1. *Зайченко Ю. П.* Дослідження операцій / Ю. П. Зайченко – К.: ЗАТ 'ВІПОЛ', 2000. – 688 с.
2. *Воркут А. И.* Грузовые автомобильные перевозки / А. И. Воркут – К.: Вища шк., 1986. – 447 с.
3. *Прокудін Г. С.* Модифікація методу Дейкстри стосовно розв'язання сітьових транспортних задач / Г. С. Прокудін // Вісник НТУ та ТАУ.– К.: НТУ, 2002. – С. 195 – 198 – № 7.
4. *Прокудін Г. С.* Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах. – К.: НТУ, 2006. – 224 с.
5. *Прокудін Г. С.* Інформаційна система оптимізації вантажних перевезень в транспортних системах / Г.С. Прокудін, В.Д. Данчук, О.Г. Прокудін // Проблеми транспорту. – К.: НТУ, 2009. – Вип. 6. – С. 90 – 95.
6. *Прокудін Г. С.* Програмно-інструментальний комплекс оптимізації вантажних перевезень на транспортній системі України: Свід-во про внесення суб'єкта підприємницької діяльності до Реєстру виробництва та розповсюдження програмного забезпечення / Г. С. Прокудін, М. М. Дмитрієв. – Серія ВР, № 00941, Україна, МОН – ідент. код 02070915; заяв. 18.06.08; опуб. 25.06.08. – 60 с.

Г. С. Прокудин

Организация грузовых перевозок на транспортных сетях с ограничениями их пропускной способности

Предложен новый подход по организации грузовых перевозок на транспортных сетях с учетом существующих ограничений пропускной способности их узлов и коммуникаций. В основу подхода положен метод нахождения кратчайших маршрутов перемещения грузов на транспортных сетях.

G. S. Prokudin

Organization of freight transportations on transporting networks with limitations on their carrying capacities

Offered new approach on organization of freight transportations on transporting networks taking into account existent limitations on carrying capacities of their knots and communications. In basis of approach the fixed method of finding of the shortest routes of moving of loads on transporting networks.