

УДК 621.317.757(045)

А. К. Зюзько, канд. техн. наук,
Ю. В. Петрова, канд. техн. наук

ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ НЕЛИНЕЙНЫЕ БЕЗЫНЕРЦИОННЫЕ ЦЕПИ

Национальный авиационный университет, e-mail: paniajulia@yahoo.com

Рассмотрен один из методов определения статистических характеристик случайных сигналов, проходящих через нелинейные безынерционные цепи, определены статистические характеристики выходных сигналов по заданным характеристикам цепей.

Ключевые слова: нелинейные безынерционные цепи, логарифматор, экспонатор.

Введение. Общая задача изучения прохождения случайных сигналов через нелинейные цепи состоит в нахождении статистических характеристик выходного сигнала по известным данным цепи и статистическим характеристикам сигнала. Эту задачу следует разбить на ряд отдельных задач по признакам, относящимся к характеристикам входного сигнала, свойствам цепи и исходным характеристикам выходного сигнала.

Нелинейные цепи представляют собой соотношение нелинейных элементов с однозначной вольт-амперной характеристикой и определяются как безынерционные.

По искомым статистическим характеристикам выходного сигнала следует различать задачи, с помощью которых должен быть найден закон распределения мгновенных значений или огибающей, и задачи, когда достаточно определить первые моменты этих законов.

Анализ исследований и публикаций. В зависимости от способов обработки сигналов от различных источников возникает необходимость проводить такие математические действия над ними как, например, деление, умножение и др. Такие математические действия над сигналами технически могут быть реализованы с помощью нелинейных безынерционных устройств. Вследствие этого задачи изучения прохождения случайных сигналов через нелинейные цепи, с помощью математических действий, далеко не всегда могут быть доведены до решения в приемлемой форме.

В общем виде принципиальное решение задачи о нелинейных безынерционных преобразованиях случайных процессов производится известным свойством инвариантности дифференциала вероятности [3]. Однако применение этого свойства к практически интересным нелинейным преобразованиям вызывает большие трудности. Поэтому ввиду сложности вычисления плотности вероятностей часто ограничиваются нахождением более простых не менее полных статистических характеристик выходного сигнала.

Постановка задачи. Операция деления двух случайных сигналов может быть отнесена к задаче синтеза нелинейной цепи по заданному преобразованию входного сигнала, которая включает установление вида характеристики цепи, осуществляющей данное преобразование, а затем реализация полученной характеристики. При двух входных сигналах, представляющих собой случайные процессы $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, например, операция умножения выполняется с помощью нелинейной детерминированной безынерционной системы, которая представлена на рис. 1. Она состоит из двух логарифматоров 1, 2 (устройства с логарифмической амплитудной характеристикой), сумматора и экспонатора 3, устройства с экспоненциальной амплитудной характеристикой. Такой подход к решению задачи основан на том, что нелинейное безынерционное преобразование случайного процесса не вносит дополнительных временных связей. То есть, если процесс до безынерционного преобразования характеризовался n -мерным распределением, то и процесс после него будет характеризоваться распределением n -го порядка.

Запишем амплитудную характеристику логарифматора $y = \ln x$ в виде

$$\eta = A_n \left\{ 1 - \exp[\xi - a]^2 \right\},$$

где $\eta = \eta(t)$, $\xi = \xi(t)$ – сигналы на входе и выходе логарифматора; A_η – коэффициент, обеспечивающий максимальное значение $\eta(t)$; a – коэффициент, принимающий значение в диапазоне величин $0 \leq a \leq U_0$ (U_0 – значение ξ , соответствующее переходу линейного участка характеристики логарифматора к логарифмическому).

Сигнал на выходе экспонатора запишем в виде

$$\eta_3 = A_3 [\beta \xi_3], \quad (1)$$

где A_3 , β – постоянные коэффициенты, обеспечивающие необходимые параметры амплитудной характеристики экспонатора; $\eta_3 = \eta_3(t)$, $\xi_3 = \xi_3(t)$.

Известно, что одномерная плотность распределения случайного процесса $\eta(t)$, который связан с процессом $\xi(t)$ детерминированной зависимостью $\eta = f(\xi)$, определяется из выражения

$$P(\eta) = P_\xi[\xi(\eta)] \left| \frac{d}{d\eta} \xi(\eta) \right|. \quad (2)$$

Пусть $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ узкополосные случайные процессы с плотностью распределения

$$P_\xi = \frac{\xi}{D_\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{D_\xi}\right). \quad (3)$$

Подставив уравнение (3) в (2), получим P_η на выходе логарифматора

$$P_{(\xi \rightarrow \eta)} = \frac{1}{D_\xi B} \left[a - \ln\left(1 - \frac{\eta}{B}\right) \right] \frac{1}{\left(1 - \frac{\eta}{B}\right)} \exp\left(-\frac{a - \ln\left(1 - \frac{\eta}{B}\right)^2}{2D_\xi}\right). \quad (4)$$

Анализ выражения (4) показывает, что функция $P_{(\xi \rightarrow \eta)}$ является унимодальной, по обе стороны от вершины ветви быстро приближаются к нулю. Эти признаки [1; 2] позволяют уравнение (4) поставить в соответствие нормальному закону распределения вероятностей.

Известно, что закон распределения вероятностей суммы двух случайных процессов с нормальными законами распределения также является нормальным. Поэтому можно считать, что сигнал на входе экспонатора имеет нормальный закон распределения плотностей вероятностей. Корреляционная функция процесса на выходе экспонатора имеет вид

$$R_{\eta_3}(\tau) = M \{ \eta_3(t) \eta_3(t + \tau) \}. \quad (5)$$

С учетом уравнения (1) выражение (5) приобретает вид

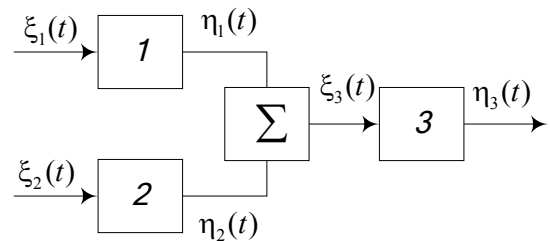
$$R_{\eta_3}(\tau) = A_3^2 M \{ \exp(\beta \xi_4) \exp(\beta \xi_5) \}, \quad (6)$$

где $\xi_4 = \xi_3(t)$, $\xi_5 = \xi_3(t + \tau)$.

Сопоставим выражение (6) с характеристической функцией процесса $\xi_3(t)$. По определению

$$\theta_{\xi_3}(iv_1, iv_2) = M \{ \exp(iv_1 \xi_4) \exp(iv_2 \xi_5) \}, \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что различие между выражениями (6) и (7) состоит только в показателе степени и постоянном множителе. Поскольку $v_1 = i\beta$, $v_2 = i\beta$, выражение (7) принимает вид



Нелинейная детерминированная
безынерционная система

$$\theta_{\xi_3} = M \{ \exp(\beta \xi_4) \exp(\beta \xi_5) \},$$

совпадающий с уравнением (6) и, следовательно, $R_{\eta_3}(\tau)$ можно записать в виде

$$R_{\eta_3}(\tau) = A^2 \theta_{\xi_3}.$$

Характеристическая функция стационарного процесса определяется [1; 2] выражением

$$\theta_{\xi} = (iv_1, iv_2) = \exp \left\{ i(av_1 + av_2 - \frac{D}{2} [v_1^2 + r(\tau)v_1v_2 + v_2^2]) \right\},$$

где $r(\tau)$ – нормированная корреляционная функция.

Принимая во внимание обозначения, имеем

$$\theta_{\xi_3} = 2 \exp \{ 2a\beta \} \exp \{ D_{\xi_3} \beta^2 [1 + r(\tau)] \}.$$

Следовательно, выражение корреляционной функции выходного процесса имеет вид

$$R_{\eta_3}(\tau) = A^2 \exp \{ 2a\beta \} \exp \{ D_{\xi_3} \beta^2 [1 + r(\tau)] \}. \quad (8)$$

Если $\tau = 0$, то из уравнения (8) получим

$$R_{\eta_3}(\tau = 0) = A^2 \exp(2a\beta) \exp(D_{\xi_3} \beta^2).$$

Полученный результат имеет столь простое решение, как исключение и имеет место только при экспоненциальном преобразовании нормального стационарного процесса. Однако такой результат имеет сравнительно общее значение, так как часто характеристики нелинейных элементов можно аппроксимировать суммой, содержащей два – три экспоненциальных слагаемых; при таком подходе общая корреляционная функция выходного процесса будет равна сумме корреляционных функций, вычисленных для каждого экспоненциального слагаемого в отдельности.

Выводы. Задачи изучения прохождения случайных сигналов через нелинейные безынерционные цепи, которые выполняют над сигналами функции математических действий, например деление или умножение двух сигналов, не всегда могут быть доведены до решения в прямой форме. Однако получение результата решения задачи определения статистических характеристик в этих случаях можно осуществить путем решения задачи синтеза нелинейных цепей по заданному преобразованию входных сигналов, в которую входит установление вида характеристик отдельных элементов цепи, осуществляющих данное преобразование сигнала. При таком подходе задача определения результирующего сигнала будет определяться на выходе каждого элемента, выполняющего заданную ему функцию.

Список литературы

1. Заездный А. М. Основы расчетов по статистической радиотехнике / А. М. Заездный. – М.: Связь. 1969. – 447 с.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – М.: Сов. Радио, 1974. – 550 с.
3. Тихонов В. Н. Статистическая радиотехника / В. Н. Тихонов. – М.: Радио и связь. 1982. – 624 с.

А. К. Зюзько, Ю. В. Петрова

Прохождение случайных сигналов через нелинейные безынерционные цепи

Розглянуто один з методів визначення статистичних характеристик випадкових сигналів, що проходять через нелінійні безінерційні ланцюги, за допомогою яких виконуються математичні перетворення двох сигналів.

A. K. Zyuzko, Y. V. Petrova

Passage of casual signals through nonlinear inertialless circuits

One of methods of definition of statistical characteristics of the casual signals passing through nonlinear inertialless circuits is considered, statistical characteristics of output signals under the set characteristics of circuits are defined.