УДК 519.21(045)

[1]**Н. Б. Марченко,** канд. техн. наук,
[2]**А. В. Толбатов,**
[1]**Т. Л. Щербак**, канд. техн. наук

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСУ ВИРОБЛЕННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ГАЗОТУРБІННИМИ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЯМИ

[1]Національний авіаційний університет, м. Київ, e-mail: nadmar@i.ua
[2]Сумський державний університет, м. Суми

Наведено результати дослідження процесів вироблення електроенергії автономними газотурбінними електростанціями з використанням обґрунтованої математичної моделі випадкових процесів, заданих на колі, а також розглянуто результати статистичної обробки реалізацій вироблення електроенергії за допомогою матриці фі-серій.

Ключові слова*:* газотурбінна електростанція, статистична обробка, математична модель, лінійний випадковий процес, періодичний процес, кореляційна функція.

Вступ. Широке застосування в енергетиці природного газу відкрило шлях для використання нових технологій виробництва енергії із застосуванням газотурбінних і парогазових установок. Упровадження газотурбінних електростанцій (ГТЕ) є перспективним напрямом в енергетиці у зв'язку з високим ККД використання палива на таких електростанціях. Конструкція і склад устаткування ГТЕ забезпечують їх роботу як автономно, так і паралельно з іншими джерелами електроенергії, особливо в піковому режимі. Газотурбінні електростанції дають можливість підвищити надійність тепло- і електропостачання у різних галузях народного господарства країни [6]. До «малої» енергетики належать окремі енергетичні комплекси малої та середньої потужності: 300–30 000 кВт, що працюють на газовому або рідкому паливі. У розвинених індустріальних країнах мала енергетика відіграє вагому роль. Так, до 10 % у США і до 20 % у Німеччині енергопотужностей припадає на частку малої енергетики.

У ряді випадків об'єктами застосування автономних ГТЕ є споживачі, живлення яких від централізованої системи електропостачання є неможливим або недоцільним за техніко-економічними, географічними, експлуатаційно-технічними показниками. Такими об'єктами є: підприємства зв'язку, об'єкти телекомунікації і радіолокації, аеропорти, хімічні заводи, нафтові і газові комплекси, інші промислові об'єкти з безперервним технологічним циклом, медичні установи, промислові й робочі селища, військові об'єкти і т. ін.

Аналіз досліджень і публікацій. Питанням створення моделі процесу вироблення електроенергії присвячено ряд публікацій [5; 6]. Коротко зупинимось на основних факторах формування процесу вироблення електроенергії і розглянемо функціональну схему конкретної електростанції ГТЕ-16.

Газотурбінні електростанції відрізняються низькою собівартістю електроенергії, що виробляється, надійністю, великим ресурсом основних вузлів (до 100 тис. год), високим ККД (до 90 %), екологічною чистотою виробництва. Установка ГТЕ найбільш вигідна на великих промислових підприємствах, які мають значні електричні навантаження і власну виробничу базу. В останні десятиліття мініелектростанції отримали новий імпульс розвитку завдяки своїй головній перевазі перед великими електростанціями: гнучкості, мобільності та здатності забезпечити незалежне резервне енергопостачання. Щорічно в світі встановлюється близько 800 нових ГТЕ.

Важливу роль у роботі ГТЕ відіграє автоматизована система керування (АСК). Ефективність процесу вироблення електроенергії ГТЕ визначається відповідністю

інформаційного забезпечення АСК реальними характеристиками роботи ГТЕ. Тому актуальним і важливим завданням досліджень роботи ГТЕ є обґрунтування математичної моделі вироблення електроенергії як інтегральної характеристики функціонування ГТЕ за отриманими даними вимірювань і визначення основних статистичних оцінок характеристик процесу вироблення електроенергії.

Постановка завдання. Мета роботи полягає у розробленні методів моделювання випадкових величин та векторів із заданим законом розподілу, які б можна було застосувати для аналізу φ-серій випадкових величин [2]; алгоритму та програмного забезпечення статистичного оброблення даних вимірювань вироблення електроенергії, формування відповідних сигналів керування подачі газу.

Зупинимося на обґрунтуванні конструктивної моделі процесу вироблення електроенергії. Для того, щоб виконати моделювання, треба мати певні вихідні початкові дані. Скінченні послідовності випадкових величин задаються скінченновимірними функціями розподілу. Отже, постановка завдання моделювання потребує, щоб була принаймні задана описана послідовність n-вимірних функцій розподілу модельованого процесу.

Моделювання псевдовипадкової послідовності та матриці фі-серій. Розглянемо моделювання інформаційних сигналів, а це накладає певні обмеження на вибір функцій розподілу і повноту їх опису. Як відомо, часто доводиться моделювати сигнали, коли немає повного опису функцій розподілу вимірюваних сигналів (наприклад невідомі деякі багатовимірні функції модельованого процесу). Тоді розглядаються процеси, для яких відомі якісь окремі їх характеристики. Тоді можна використовувати конструктивні моделі процесів, наприклад, лінійні процеси або моментні функції [4], які можна отримати шляхом математичної формалізації опису структурної схеми роботи тієї чи іншої інформаційно-вимірювальної системи.

Вивчення конструктивних моделей випадкових процесів та їх комп'ютерне моделювання відіграють важливу роль у розв'язуванні прикладних задач. Спосіб моделювання випадкового процесу визначається способом його задання. Найбільш загальним є випадок [3; 4], коли процес задається його скінченновимірними розподілами. У цьому випадку для будь-якого набору моментів часу $t_1, t_2, \ldots, t_n$ з $\mathbf{T}$ має бути відома функція розподілу $F(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n;\ t_1,\ t_2,\ \ldots,\ t_n) = \mathbf{P}(\xi(t_1) < x_1, \ldots, \xi(t_n) < x_n)$. Якщо існує щільність сумісного розподілу $p(x_1, x_2, \ldots, x_n; t_1, t_2, \ldots, t_n)$, що відповідає наведеній функції розподілу F, то можна моделювати випадковий вектор $\xi(t_1), \ldots, \xi(t_n)$, що характеризує досліджуваний сигнал. Крім деяких окремих випадків, за великих n ця задача є надзвичайно трудомісткою.

Відповідно до алгоритму процесу вироблення електроенергії, який розглядається, моделлю інформаційного сигналу можна обрати випадковий періодичний процес загального вигляду. Зупинимося коротко на загальних питаннях його математичного опису (математичної моделі). Ідея стохастичної періодичності належить Є. Є. Слуцькому і викладена в праці [8]. При цьому виконання умови гільбертовості спочатку не вимагалося. Слід відзначити, що теорія періодичних випадкових процесів – це теорія вимірних функцій двох змінних, одна з яких розглядається як параметр (згідно з нею процес є періодичним), а друга – як змінний процес, який завжди розглядається як функція множини, задана на деякому ймовірнісному просторі. Саме завдяки другій змінній і виникають у випадковому процесі властивості, не притаманні детермінованим функціям двох змінних. Відповідно до другої змінної випадковий процес не може мати періодичних властивостей, бо вона не упорядкована подібно числам на числовій осі.

Наведемо означення періодичних випадкових процесів за Слуцьким [8].

Сепарабельний випадковий процес $\xi(t)$, $t \in C$, *називається періодичним (або* T*-періодичним), якщо існує таке число* $T > 0$, *що скінченновимірні вектори* $(\xi(t_1), \xi(t_2), \ldots, \xi(t_n))$ *та* $(\xi(t_1+T), \xi(t_2+T), \ldots, \xi(t_n+T))$, *де* $t_1, t_2, \ldots$ *– множина сепарабельності процесу* $\xi(t)$, *при всіх цілих* $n > 1$ *є стохастично еквівалентними в широкому розумінні. У випадку комплексно значущих періодичних процесів* $\xi(t)$ *і* $\xi(t+T)$ *їх дійсні та уявні частини мають одну і ту ж послідовність скінченновимірних функцій розподілу.*

Два дійсних випадкових процеси $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$, $t \in (-\infty, \infty)$, задані на одному й тому ж імовірнісному просторі, називаються:

– стохастично еквівалентними (в точному сенсі), якщо для будь-якого $t \in (-\infty, \infty)$ $P\{\xi_1(t) \neq \xi_2(t)\} = 0;$.

– стохастично еквівалентними в широкому розумінні, якщо ці процеси мають однакові послідовності скінченновимірних розподілів.

Якщо для періодичного процесу існують моменти порядку $n \geq 1$, то всі вони T-періодичні за t, а змішані моменти є періодичними за сукупності аргументів. Зауважимо, щоб задати періодичний процес не достатньо знати послідовність скінченновимірних функцій розподілу тільки на якому-небудь одному відрізку часу тривалості T. Стаціонарний процес завжди є періодичним за Слуцьким, а його періодом є будь-яке число T.

Випадкові процеси, задані на колі. Розглянемо частковий випадок періодичних випадкових процесів, названих випадковими процесами, заданими на колі. Напіввідкритий інтервал $[0, T)$ можна розглядати як зображення кола довжини T (якщо $T = 2\pi$ одиничного радіуса). Однак більш корисною для подальших викладок виявляється модель, яка побудована на намотуванні всієї нескінченної прямої $(-\infty, \infty)$ на коло (або циліндр), тобто це повна подібність розгляду кутів на колі. в цьому випадку коло стає основною геометричною структурою, а довжина його дуги змінюється від $-\infty$ до ∞. точки $t, t \pm T, t \pm 2T, \ldots$ інтерпретуються як одна точка. додавання довжини відбувається за модулем T подібно тому, як кути складаються за модулем 2π. Будемо надалі трактувати аргумент t, що характеризує положення точки на колі, як час $t \in (-\infty, \infty)$.

Випадковий сепарабельний процес $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, де t намотана на коло довжини T, будемо називати процесом, що заданий на колі довжини T.

Для процесу на колі два його значення, розміщені на відстані T, мають невипадкову різницю, що дорівнює нулю, бо

$$\mathbf{M}\left\{\xi_T(t) - \xi_T\left(t - \left[\frac{t}{T}\right]T\right)\right\} = 0 \text{ і } \mathbf{D}\left\{\xi_T(t) - \xi_T\left(t - \left[\frac{t}{T}\right]T\right)\right\} = 0.$$

Стаціонарний процес, заданий на колі, є стаціонарним у вузькому розумінні, але кожна його реалізація є детермінованою періодичною функцією. його спектральна функція зростає лише стрибками.

Зсув процесу на колі називається кутовим зсувом, суть його в тому, що побудований на періоді відрізок з одного кінця періоду переноситься автоматично, без інверсії, і склеюється на іншому кінці періоду.

Випадковий процес на колі є гільбертовим, якщо $\mathrm{M}\left\{\left|\xi_T(t)\right|^2\right\} < \infty$ для будь-яких $t \in [0, T)$. Процес, заданий на колі, завжди є періодичним за Слуцьким. Розглянемо результати статистичної обробки даних вимірювань потужності вироблення електроенергії з точки зору лінійних періодичних випадкових процесів.

Результати статистичної обробки даних вимірювань потужності вироблення електроенергії. Як реальний приклад наведемо дані вимірювань потужності вироблення електроенергії за місячний термін роботи електростанції ГТЕ, зокрема місяць грудень 2008 р. Дані вимірювань занесено в таблицю, де по рядках матриці містяться дані вимірювань за кожну добу через кожні 30 хв, а по стовпцях – за 31 добу (одиниця вимірювань – 1 кВт).

Дані вимірювань потужності вироблення електроенергії грудень 2008 р.

Дата	Часовий відлік						
	0:30:00	1:00:00	1:30:00	...	23:00:00	23:30:00	23:59:59
01.12.08	6900	6895	6902	...	7018	7034	7035
02.12.08	7030	7030	7031	...	7063	7067	7058
03.12.08	7060	7069	7038	...	7047	7081	7108
04.12.08	7112	7109	7110	...	7523	7533	7527
05.12.08	7530	7415	7355	...	7388	7394	7387
...	...	...	...	...	...	...	...
29.12.08	7036	7034	7023	...	7000	6996	7002
30.12.08	6999	7000	7000	...	7004	7015	7019
31.12.08	7024	7035	7036	...	7103	7103	7093
$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$	7205,645	7200,065	7197,065	…	7204,774	7210,258	7208,452

Основною статистикою для обчислення характеристик даних вимірювань потужності процесу вироблення електроенергії є така матриця

$$\mathbf{P}_{nm}(t_j) = \begin{Vmatrix} \mathrm{P}_1(t_1) & \mathrm{P}_1(t_2) & \dots & \mathrm{P}_1(t_n) \\ \mathrm{P}_2(t_2) & \mathrm{P}_2(t_2) & \dots & \mathrm{P}_2(t_n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathrm{P}_m(t_1) & \mathrm{P}_m(t_2) & \dots & \mathrm{P}_n(t_n) \end{Vmatrix} \tag{1}$$

У матриці $\mathbf{P}_{nm}(t_j)$ дані вимірювань потужності $\left\{P_i(t_j), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}\right\}$ задані на дискретній рівномірній часовій сітці $t_j \in [\overline{0, 24}]$ години з кроком $\Delta t = 30$ хвилин, де кожний рядок цієї матриці – це дані вимірювань потужності протягом доби, кількість рядків вибирається в межах одного місяця, тобто в середньому їх кількість дорівнює 30. При цьому потужність вироблення електроенергії вимірюється за умови однорідності температури навколишнього середовища (температури повітря в машинній залі ГТЕ).

Оскільки періодичний випадковий процес, який досліджується, не є стаціонарним, для оцінювання його статистичних характеристик використовують статистичний метод усереднення за ансамблем однорідних реалізацій. У деяких працях, наприклад [2], цей метод називають методом φ-серії. Матриця цих вимірювань потужності вироблення електроенергії (1) є матрицею синхронізованих за часом реалізацій нестаціонарного періодичного процесу, тобто кожний стовпець є відповідною φ-серією з фіксованим часом. Тоді матриця (1) є послідовністю φ-серій, заданих на рівномірній часовій сітці

$$\{t_1 = 0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ ...,\ 47\Delta t;\ 48\Delta t = T_0\},$$

де $\Delta t = 30$ хв, а $T_0 = 24$ год, має вигляд

$$\mathbf{P}(t_k)=\begin{Bmatrix} P_1(t_1) \\ \dots \\ P_m(t_1) \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} P_1(t_2) \\ \dots \\ P_m(t_2) \end{Bmatrix}\dots\begin{Bmatrix} P_1(t_n) \\ \dots \\ P_m(t_n) \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Таким чином, реалізації (2) за фіксованого $t_j \in [\overline{0, 24}]$ години є послідовністю значень даних вимірювань потужності вироблення електроенергії на часовій сітці

$$\left\{ t_j, t_j + T_0, t_j + 2T_0, \dots, t_j + (m-1)T_0 \right\}.$$

Сам термін «φ-серії» використовується як відповідна фіксація фази (кута) реалізацій відповідного періодичного випадкового процесу, заданих на колі. Задання реалізацій періодичного випадкового процесу на колі має чітку фізичну інтерпретацію і по суті визначає синхронізацію у фазовому просторі реалізацій процесу за часом. Спостерігається деяка реалізація періодичного інформаційного сигналу, що надходить з електролічильників інформаційно-вимірювальної системи електростанції. Після перетворення аналогових реалізацій за допомогою аналого-цифрових перетворювачів отримуємо реалізації періодичного випадкового процесу з дискретним часом. Випадковий процес, який формується в результаті дискретизації, називається вкладеним відносно неперервного процесу. Неперервний процес, який є стохастично-періодичним, не може розглядатися як стаціонарний в загальному випадку, а послідовність синхронізованих реалізацій процесу досягається шляхом певного узгодження початкової фази k-ї φ-серії вкладеного процесу з періодом T_0 циклічного процесу; $P_j(t_k)$ – початковий елемент групи відліків дискретних реалізацій k-ї φ-серії.

Кожну таку групу залежно від її початкової фази φ_k будемо називати k-ю φ-серією. Таким чином, φ_k-серія – це послідовність спостережень, віднесених до кутів у радіанах φ_k при послідовних відліках, взятих через один період тривалістю одна доба.

За допомогою окремо розробленої програми в середовищі Mathcad формується матриця φ-серій, яку позначимо через $\mathbf{P}(t_k)$. Кожен рядок цієї матриці містить усі елементи φ_k-серії, їх в кожному рядку z – відповідно до кількості періодів. Таким чином, отримаємо матрицю

$$\mathbf{P}(t_k) = \left\{ P_j(t_k), k \in \overline{0,47}, j \in \overline{1,m} \right\}, \quad (3)$$

де $P_j(t_k)$ – реалізація випадкової величини $\xi_j(\omega, t_k)$ j-го елемента k-ї φ-серії; m – загальна кількість серій – рядків матриці $\mathbf{P}(t_k)$, яка дорівнює кількості відліків за період $T_0 = 24$ год, $n = 48$.

Таким чином, φ_k-серія – це вектор-рядок (вектор-стовпець) випадкових величин $\xi_j(\omega, t_k)$ або їх реалізацій $P_j(t_k)$.

Відповідно до матриці φ-серій формується вектор-рядок статистичних оцінок математичних сподівань для кожної реалізації k-ї φ-серії, тобто обчислюється точкова оцінка вигляду

$$\overline{P}(t_k) = \frac{\sum_{j=1}^{m} P_j(t_k)}{m}, \quad t_k \in \overline{0,48}$$

для кожного фіксованого моменту часу.

Графік зміни в часі за період оцінювання математичного сподівання $\overline{P}(t_k)$ під час аналізу даних вимірювань вироблення потужності електроенергії, тобто на підставі використання матриці φ-серій (3) показано на рис. 1.

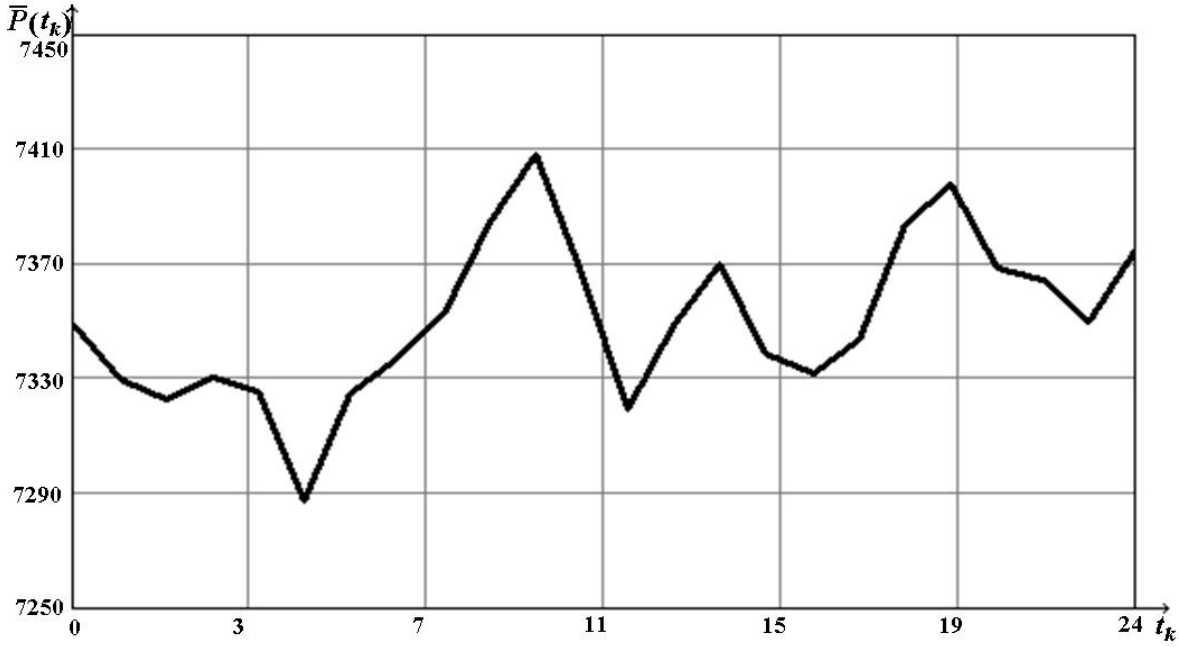

Рис. 1. Графік зміни в часі (дискретно) оцінки математичного сподівання потужності вироблення електроенергії

Наступним кроком статистичного оброблення даних вимірювань потужності вироблення електроенергії є формування з матриці (1) відповідної матриці центрованих реалізацій на основі формування елементів матриці

$$\overset{0}{P}_j(t_k) = P_j(t_k) - \overline{P}(t_k), t_k \in [0, T_0]. \tag{4}$$

Таким чином, на базі матриці (1) отримуємо таку матрицю

$$\overset{0}{P}_{nm}(t_j) = \begin{Vmatrix} \overset{0}{P}_1(t_1) & \overset{0}{P}_1(t_2) & \dots & \overset{0}{P}_1(t_n) \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ \overset{0}{P}_m(t_1) & \overset{0}{P}_m(t_2) & \dots & \overset{0}{P}_m(t_n) \end{Vmatrix}.$$

Виходячи з матриці (3) будуємо матрицю-стовпець оцінок дисперсії (рис. 2) елементів k-ї φ-серії:

$$\left\{\mu_k^2, \quad k \in \overline{0, r-1}\right\},$$

елементи якої визначаються за формулою

$$\mu_k^2 = \frac{1}{r-2} \sum_{j=0}^{r-1} \left(P_j(t_k) - \overline{P}(t_k) \right)^2.$$

Матрицю кореляційних коефіцієнтів φ-серій знаходимо з урахуванням виразу (4) у вигляді [4]

$$\frac{1}{r-2}\left(P(t)-\overline{P}(t)\right)\left(P(t)-\overline{P}(t)\right)^T = \begin{Vmatrix} R_{00}, & R_{01},\ldots, R_{0r-1} \\ R_{10}, & R_{11},\ldots, R_{1r-1} \\ \cdots & \cdots \\ R_{r-10}, & R_{r-11},\ldots, R_{r-1r-1} \end{Vmatrix}.$$

Елементи головної діагоналі цієї матриці R_{kk} являють собою оцінки інших центральних моментів кожної k-ї φ-серії.

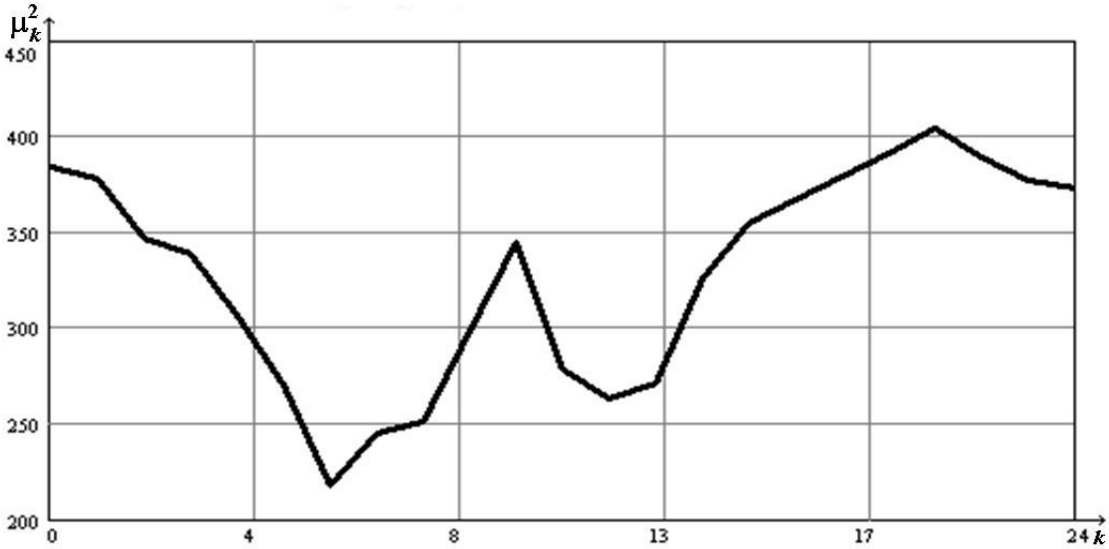

Рис. 2. Графік зміни в часі оцінки середньоквадратичного відхилення моделі

На базі оцінок кореляційних функцій були оцінені енергетичні спектральні характеристики. При цьому основну увагу приділено гістограмному аналізу.

Графіки гістограми для φ_k-серії, отриманої з експериментальної реалізації, та згладжувальну її криву показано на рис. 3.

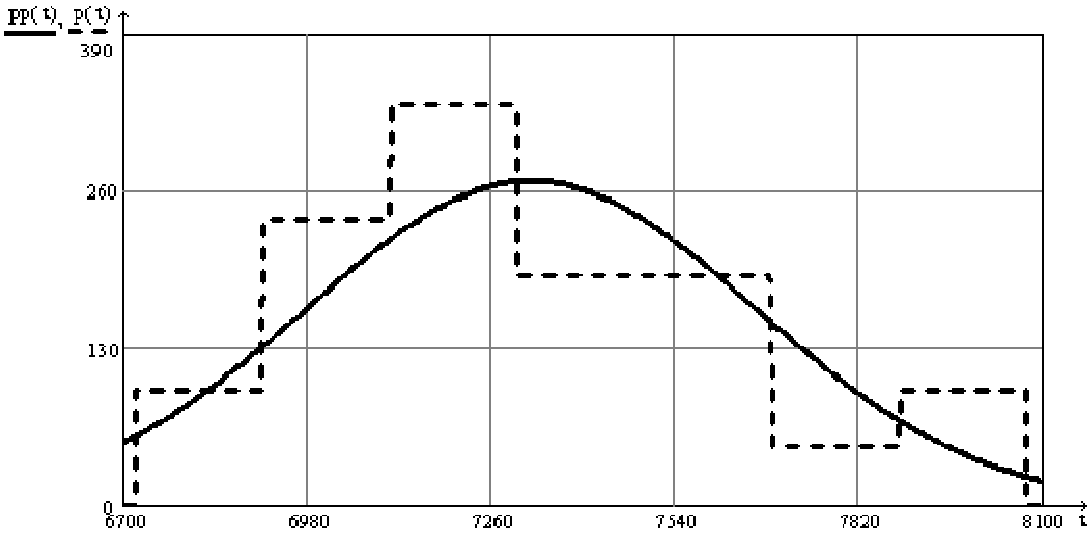

Рис. 3. Гістограма, отримана на базі експериментальних даних

Висновки. Запропонована та досліджена матриця φ-серій даних вимірювань потужності вироблення електроенергії дає можливість навіть за однією реалізацією обробляти нестаціонарний періодичний процес, яким є процес вироблення електроенергії та інші інформаційні сигнали, що вимірюються при діагностиці ГТЕ в умовах завад.

Список літератури

1. *Бендат Дж.* Прикладной анализ случайных даннях / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. *Давенпорт В. Б.* Введение в теорию случайных сигналов и шумов / В. Б. Давенпорт, В. Л. Рут. – М.: ИЛ, 1969. – 468 с.
3. *Ермаков С. М.* Статистическое моделирование / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. – М.: Наука, 1982. – 296 с.
4. *Марченко Б. Г.* Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике / Б. Г. Марченко. – К.: Наук. думка, 1973. – 192 с.
5. *Marchenko N.* Vibration Diagnostics of Wind-Driven Power Units with Usage of Statistical Expert System / N. Marchenko, M. Myslovitch, R. Sysak // Prezeglad Elektrotechniczny. – Zakopane (Poland). – 2005. – № 2. – P. 53–57.
6. *Толбатов А. В.* Аналіз графіків енергонавантажень електростанцій по даним спостережень / А. В. Толбатов // Тези наук.-техн. конф. викладачів, співроб., асп. і студ. фізико-техн. фак-ту – Суми: СумДУ. – 2005. – С. 69–71.
7. *Толбатов А. В.* Статистична модель енергоспоживання при нештатних ситуаціях / А. В. Толбатов, Т. Л. Щербак // Матеріали та програма наук.-техн. конф. викладачів, співроб., асп. і студ. фізико-техн. фак-ту – Суми: Вид-во СумДУ, 2007. – С. 130–131.
8. *Слуцкий Е. Е.* Избранные труды / Е. Е. Слуцкий – М.: Наука, 1960. – 292 с.

Н. Б. Марченко, А. В. Толбатов, Т. Л. Щербак

Статистический анализ процесса выработки электроенергии газотурбинными электростанциями

Приведены результаты исследования процессов выработки электроенергии автономными газотурбинными электростанциями с использованием обоснованной математической модели случайных процессов, заданих на круге, также рассмотрены результаты статистической обработки реализаций выработки электроенергии при помощи матрицы фи-серий.

N. B. Marchenko, A. V. Tolbatov, T. L. Shcherbak

Statistical analysis of the process of developing electric energy gas turbine power plants

The results of investigations of electric energy generation autonomous gas-turbine power plants using the validity of the mathematical models of random processes in circle assignments, also reviewed the results statistical analysis realizations of generation of electric energy by means of matrix fi-series.