

УДК 629.3.025.2(045)

О. А. Сущенко, канд. техн. наук
А. А. Тунік, д-р техн. наук

СУЧАСНІ ЗАДАЧІ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Інститут електроніки та систем управління НАУ, e-mail: fsu@nau.edu.ua

Розглянуто стан сучасної проблематики інерціальної стабілізації інформаційно-вимірювальних систем та визначено її основні задачі. Наведено класифікацію систем інерціальної стабілізації та формалізовано постановки основних задач інерціальної стабілізації та стеження.

Ключові слова: системи інерціальної стабілізації, прецизійні інерціальні навігаційні системи, інерціальні датчики, режим стабілізації, режим стеження.

Вступ. Актуальність проблеми інерціальної стабілізації зумовлено потребою забезпечити високі сучасні вимоги до точності процесів навігації та стеження. Натепер можна виокремити дві основні групи задач інерціальної стабілізації:

- 1) стабілізація навігаційних датчиків в інерціальних навігаційних системах;
- 2) стабілізація вимірювальних пристроїв та блоків апаратури різного типу відносно напрямку на заданий орієнтир, що потребує стеження за цим орієнтиром.

Основна проблема інерціальної стабілізації полягає в урахуванні руху Землі й об'єкта, на якому встановлюється система стабілізації, тобто в урахуванні переносної швидкості та переносних і коріюлісових прискорень, зумовлених рухом Землі й об'єкта. І якщо в інерціальних навігаційних системах ці чинники враховуються в алгоритмах їх роботи, то задачі стабілізації вимірювальних пристроїв та блоків апаратури різного типу потребують корекції від інерціальних навігаційних систем. У протилежному випадку вони можуть вважатись задачами інерціальної стабілізації у деякому наближенні.

Для розв'язання задач інерціальної стабілізації можуть використовуватись як платформні, так і безплатформні системи. З появою цифрових обчислювальних пристроїв платформні інерціальні навігаційні системи стали менш поширеними порівняно з безплатформними системами. Ця тенденція пришвидчилась з появою можливості корекції навігаційних систем від глобальної системи навігації і визначення положення, що зумовило появу високоточних безплатформних інерціальних вимірювальних блоків. Нині принципи платформної інерціальної стабілізації використовують лише в автономних прецизійних навігаційних системах. Для вітчизняного приладобудування найбільш актуальним є створення прецизійних платформних інерціальних навігаційних систем, установлюваних на рухомих об'єктах морського призначення.

Що стосується стабілізації вимірювальних пристроїв та блоків апаратури різного типу, тут перевага надається платформним системам. Безплатформні системи використовують лише у разі жорстких обмежень за габаритами та відносно низьких вимог до точності. І ця тенденція має зберігатись, оскільки зусилля зі створення апаратури спостереження найвищої якості можуть виявитись марними без стабілізації основи, на якій її встановлюють.

Отже, сучасною тенденцією інерціальної стабілізації є зміщення акцентів стосовно типу інформаційно-вимірювальних систем. Якщо раніше переважна увага надавалась стабілізації навігаційних датчиків, що входили до складу платформних інерціальних навігаційних систем, то тепер більш актуальною є проблема інерціальної стабілізації та керування лінією візування апаратури спостереження широкого класу.

Узагальнену структурну схему керування платформною інерціальною навігаційною системою на прикладі одного каналу показано на рис. 1. Узагальнену структурну схему системи керування положенням платформи з корисним навантаженням в інерціальному просторі з урахуванням контурів стабілізації та стеження на прикладі одного каналу показано на рис. 2.

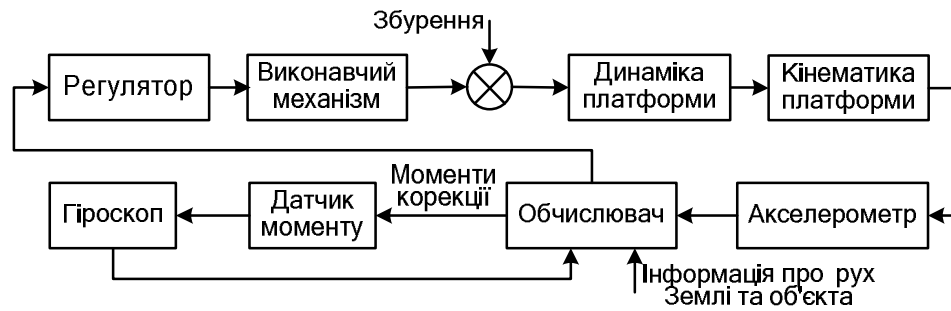
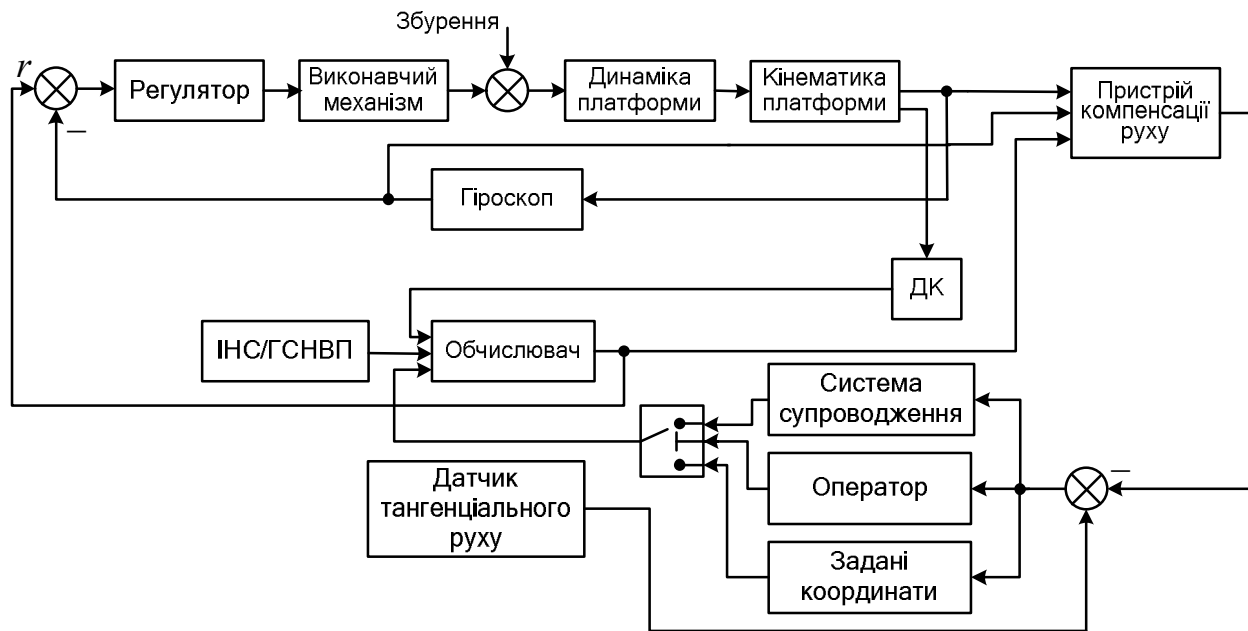


Рис. 1. Узагальнена структурна схема керування платформною інерціальною навігаційною системою

Рис. 2. Узагальнена структурна схема керування платформою: ДК – датчик кута; П – перемикач; ІНС – інерціальна навігаційна система; ГСНВП – глобальна система навігації і визначення положення; r – сигнал керування

Аналіз досліджень і публікацій. Дослідження систем керування кутівим рухом об'єктів різного призначення на підставі інформації, отриманої від гіроскопічних вимірювачів, завжди було актуальною проблемою. У праці [1] викладено основні принципи побудови гіростабілізаторів різного типу та гіроскопічних систем орієнтації, призначених для експлуатації на літальних і космічних апаратах. У праці [2] акцентується належність гіростабілізаторів до систем автоматичного регулювання, основною метою яких є забезпечення високої точності вимірювання, і приділяється увага методам оптимального синтезу гіростабілізаторів з урахуванням умов експлуатації. У праці [3] розглядаються підходи до стабілізації двох груп вимірювальних пристроїв, а саме: пеленгаційних пристроїв та навігаційних датчиків, причому акцент робиться саме на стабілізації пеленгаційних пристроїв, тобто візирів, антен радіолокаторів, секстантів, телескопів та ін. Праця [3] спрямована на дослідження стабілізації вимірювальних пристроїв за умов їх застосування на судні, яке зазнає дії морського хвилювання, хоча викладені у цій праці загальні підходи можуть бути поширені і на рухомі об'єкти іншого типу.

Щодо сучасної проблематики, та передусім варто відзначити зміни в термінології, що відбулись з часом. Основними такими змінами, наведеними у сучасних джерелах науково-технічної інформації, є надання пріоритету поняттю інерціальної, а не гіроскопічної стабілізації та відповідно інерціальних датчиків. Основні терміни зафіксовано у стандартах IEEE і детально проаналізовано у праці [4]. Такий підхід розширює традиційне поняття стабілізації вимірювальних пристроїв, оскільки прикладні застосування можуть включати

режим приведення до горизонту або попередню стабілізацію за сигналами акселерометрів, які якраз і є інерціальними датчиками.

У праці [5] наведено основні підходи до створення сучасних інерціальних стабілізованих платформ, які мають значення для інформаційно-вимірювальних систем, установлюваних на різних рухомих об'єктах. Детальний аналіз інерціальної стабілізації оптичних систем і таке новітнє застосування, як стабілізація мобільних антен супутникового зв'язку, тобто антен, установлюваних на наземних рухомих об'єктах, висвітлено у працях [6; 7].

Інерціальна навігація за допомогою платформних систем не втратила актуальності для технологічно розвинених країн. Натепер такий підхід єдино можливий для створення високоточних автономних систем, що не потребують коригування від зовнішніх джерел інформації. Крім того, для деяких застосувань інформацію від навігаційних датчиків потрібно використовувати для керування та стабілізації апаратури спостереження або систем іншого призначення з керованою лінією візування. Сучасним досягненням та перспективам розвитку таких систем присвячено працю [8].

Класифікація систем інерціальної стабілізації інформаційно-вимірювальних систем. Системи інерціальної стабілізації можуть бути класифіковані у різний спосіб. Один з варіантів можливої класифікації подано на рис. 3. Ця класифікація дає наочне уявлення про різні типи систем інерціальної стабілізації інформаційно-вимірювальних систем залежно від наявності платформи, призначення системи, об'єкта стабілізації, кінематичної схеми, типу приводу та ступеня повноти стабілізації.

За призначенням платформні та безплатформні системи інерціальної стабілізації поділяють на системи авіаційні, морські, наземні та переносні. За типом об'єкта стабілізації системи можна класифікувати таким чином: системи стабілізації блоків апаратури різного призначення; системи стабілізації чутливих елементів прецизійних навігаційних систем; системи стабілізації пеленгаційних пристроїв; системи стабілізації оптичних датчиків; системи стабілізації мобільних антен супутникового зв'язку. Залежно від типу кінематичної схеми інерціальні системи стабілізації можуть бути одновісними, двовісними, тривісними та багатовісними. За типом приводу їх поділяють залежно від наявності редуктора. Що стосовно ступеня повноти стабілізації, то можлива стабілізація корисного навантаження у цілому та окремих його складових.

Характеристика основних типів об'єктів стабілізації. Особливістю систем стабілізації блоків апаратури різного призначення є значне корисне навантаження, маса якого може варіюватись від кілограмів до тонн, що впливає на габарити та конструкцію платформи і підвісу та на організацію контурів керування. Типова платформна система інерціальної стабілізації, призначена для керування лінією візування апаратури спостереження, містить електромеханічний пристрій, який забезпечує зв'язок між апаратурою спостереження та рухомих об'єктом, систему стабілізації та керування лінією візування апаратури, а також додаткове обладнання різного призначення.

До складу автономної прецизійної інерціальної навігаційної системи входять інерціальний вимірювальний блок, установлюваний на платформі у тривісному кардановому підвісі, та обчислювальний пристрій. У свою чергу, інерціальний вимірювальний блок складається з трьох акселерометрів, вимірювальні осі яких напрямлені по осях платформи, та гіроскопічних приладів, за допомогою яких визначають повну просторову орієнтацію рухомого об'єкта.

Високої точності оптичних датчиків, зокрема телевізійних або інфрачервоних камер, можна досягнути лише за умови керування лінією візування. Проте, якщо оптичний датчик встановлено на рухомій основі, а об'єкт спостереження рухається, то домогтися високої точності можна за допомогою платформних систем інерціальної стабілізації. Головною метою інерціальної стабілізації оптичних датчиків є визначення місцезнаходження об'єкта спостереження та забезпечення високої точності його зображення. Більшість практичних

застосувань оптичних датчиків потребують стабілізації та визначення напрямку за двома осями і відповідно використання двох взаємно ортогональних підвісів.

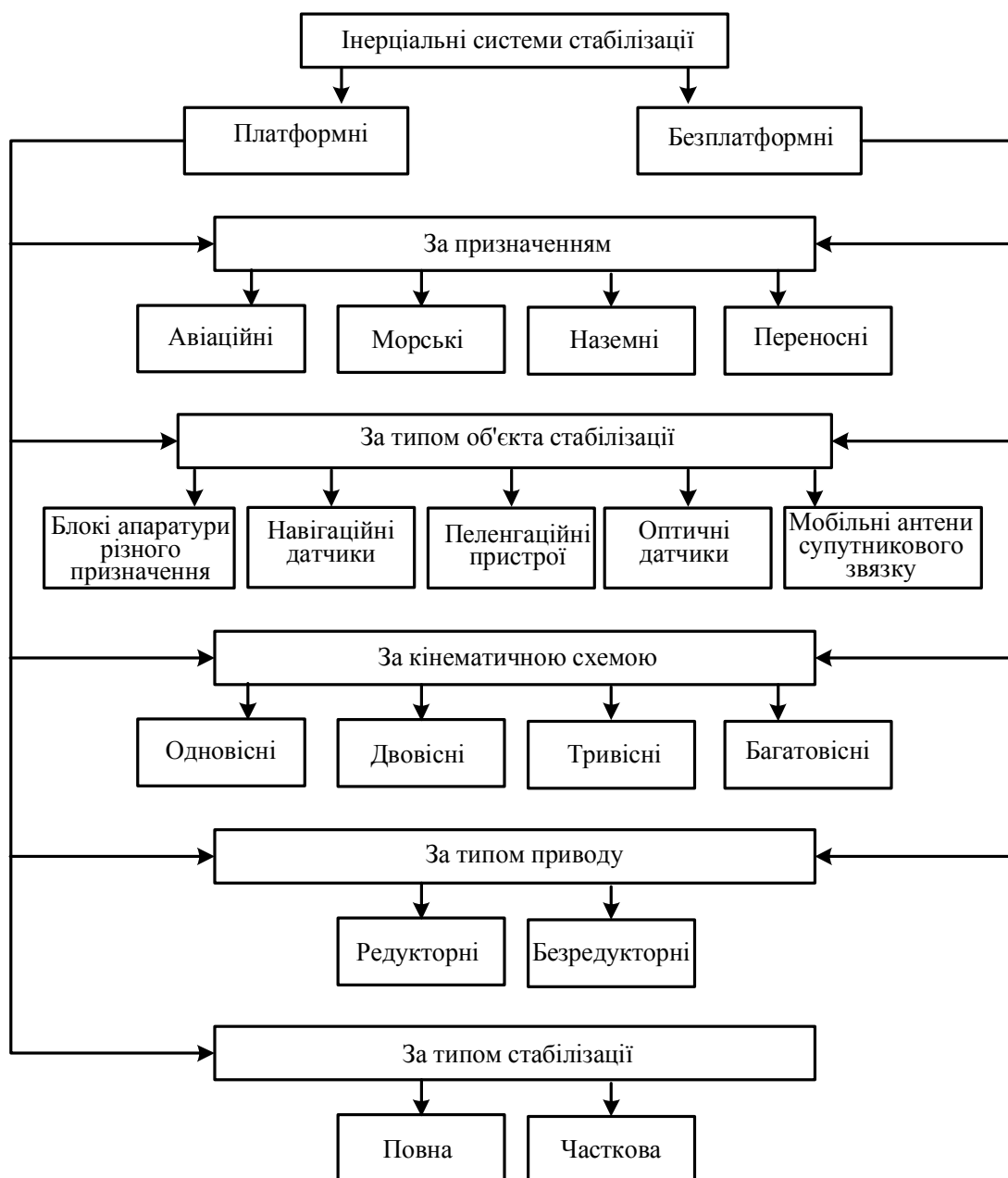


Рис. 3. Класифікація систем інерціальної стабілізації

Одне з перспективних застосувань платформних систем інерціальної стабілізації – у системах керування антенами [7] мобільного супутникового зв'язку. Натепер мобільний зв'язок охоплює майже весь світ, але швидкість передавання даних для деяких застосувань залишається недостатньо високою. Збільшення швидкості передавання даних та зниження вартості можливі за умови використання нових супутників, спроможних забезпечити функціонування малих супутникових терміналів. Прикладом типового застосування таких терміналів є некомутовані захищені мережі підприємств та доступ до Інтернету в сільській місцевості. Антени супутникового зв'язку рухомих малих терміналів мають поєднувати такі характеристики, як малу апертуру, високу пропускну здатність, високу швидкість передавання даних та доступне за ціною обслуговування.

Характеристика систем стабілізації інформаційно-вимірювальних систем за кінематичними схемами. За кінематичними схемами системи стабілізації поділяють на одновісні, двовісні, тривісні та багатовісні. Система, побудована за тривісною схемою, дозволяє забезпечити повну стабілізацію платформи. При цьому динаміка системи може бути описана рівняннями Ейлера [9]

$$M_x = \dot{\omega}_x J_x + \omega_y \omega_z (J_z - J_y) - (\omega_y^2 - \omega_z^2) J_{yz} - (\omega_x \omega_y + \dot{\omega}_z) J_{xz} + (\omega_x \omega_z - \dot{\omega}_y) J_{xy};$$

$$M_y = \dot{\omega}_y J_y + \omega_x \omega_z (J_x - J_z) - (\omega_z^2 - \omega_x^2) J_{xz} - (\omega_z \omega_y + \dot{\omega}_x) J_{xy} + (\omega_x \omega_y - \dot{\omega}_z) J_{xz};$$

$$M_z = \dot{\omega}_z J_z + \omega_x \omega_y (J_y - J_x) - (\omega_x^2 - \omega_y^2) J_{xy} - (\omega_x \omega_z + \dot{\omega}_y) J_{yz} + (\omega_x \omega_z - \dot{\omega}_x) J_{xz};$$

де M_x, M_y, M_z – моменти, що діють по осях підвісу; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекції кутової швидкості платформи на її власні осі; J_x, J_y, J_z – моменти інерції осей підвісу; J_{yz}, J_{xz}, J_{xy} – відцентрові моменти інерції підвісу; $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$ – проекції кутового прискорення платформи на її власні осі. Кінематичні співвідношення тривісної системи можуть бути розглянуті на прикладі систем координат, зв'язаних з об'єктом та платформою (рис. 4).

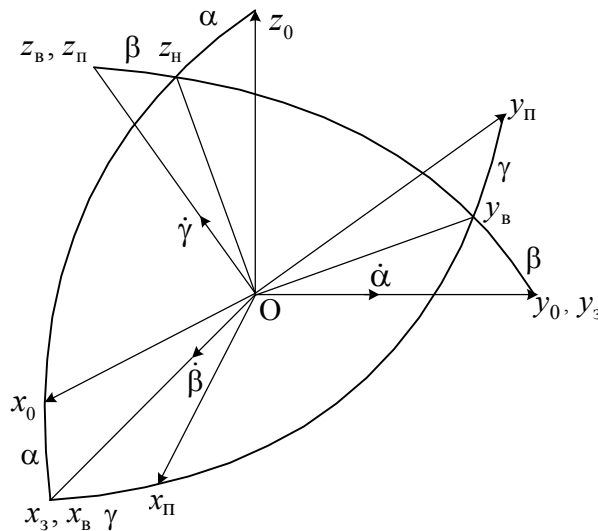


Рис. 4. Взаємне положення систем координат, зв'язаних з об'єктом і платформою: $Ox_0 y_0 z_0$ – система координат, зв'язана з об'єктом; $Ox_{п} y_{п} z_{п}$ – система координат, зв'язана з платформою; $Ox_3 y_3 z_3, Ox_B y_B z_B$ – системи координат, зв'язані із зовнішньою та внутрішньою рамками

Відповідно до рис. 4 вирази для визначення кутових швидкостей платформи є такими:

$$\omega_{xп} = \dot{\beta} \cos \gamma + \dot{\alpha} \cos \beta \sin \gamma;$$

$$\omega_{yп} = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \gamma - \dot{\beta} \sin \gamma;$$

$$\omega_{zп} = \dot{\gamma} - \dot{\alpha} \sin \beta.$$

На підставі цих виразів диференціальні рівняння, які характеризують змінювання кутового положення платформи, набувають вигляду:

$$\dot{\alpha} = (\omega_{xп} \sin \gamma + \omega_{yп} \cos \gamma) / \cos \beta;$$

$$\dot{\beta} = \omega_{xп} \cos \gamma - \omega_{yп} \sin \gamma;$$

$$\dot{\gamma} = \omega_{zп} + \operatorname{tg} \beta (\omega_{xп} \sin \gamma + \omega_{yп} \cos \gamma).$$

Багатовісні системи використовують для усунення ефекту складання рамок, якщо вимоги до широкого діапазону вимірювання надаються до усіх кутів повороту об'єкта стабілізації.

Характеристика систем стабілізації інформаційно-вимірювальних систем за типом приводу. Керування системою стабілізації може здійснюватись за допомогою редукторного та безредукторного приводів [6].

Математичну модель системи стабілізації з одновісним підвісом та безредукторним приводом можна описати диференціальним рівнянням

$$J \frac{d^2\theta_{\text{л}}}{dt^2} = M_{\text{кер}} + M_{\text{зб}},$$

де J – сумарний момент інерції корисного навантаження та підвісу; $\theta_{\text{л}}$ – кутове положення лінії візування корисного навантаження; $M_{\text{кер}}$ – момент керування, створюваний двигуном; $M_{\text{зб}}$ – сукупність моментів збурення.

Еквівалентний момент збурення $M_{\text{зб}}$, зумовлений дією усіх збурень, які впливають на систему. До таких збурень відносять тертя в осях підвісу, пружні згини від електричних кабелів, явища дебалансу, вплив зв'язку із другими рамками підвісу для багатовісних підвісів, вплив руху основи, внутрішні збурення, що діють на складові системи, а також зовнішні збурення. Момент керування $M_{\text{кер}}$ формується двигуном на підставі сигналу регулятора системи.

Очевидно, що трибовий редуктор передає рух основи корисному навантаженню. При цьому система має компенсувати рух, зумовлений ризанням, креном та диферентом об'єкта, на якому встановлюється система стабілізації.

Динаміка системи стабілізації з редукторним приводом описується системою рівнянь [6]

$$J_{\text{д}} \frac{d^2\theta_{\text{д}}}{dt^2} = M_{\text{кер}} - rF + M_{\text{зб1}};$$

$$J \frac{d^2\theta_{\text{л}}}{dt^2} = RF + M_{\text{зб2}},$$

де $\theta_{\text{д}}$ – кут повороту двигуна; $J_{\text{д}}$ – момент інерції двигуна; r – радіус шестерні, спряженої з двигуном; F – сила взаємодії між спряженими шестернями; R – радіус шестерні, спряженої з підвісом. Момент збурення $M_{\text{зб1}}$, який діє на корисне навантаження, спричинений тертям, згинами кабелів, моментам незрівноваженості та взаємодією із зовнішнім середовищем. Момент збурення $M_{\text{зб2}}$, що діє на двигун, зумовлений трибовим зчепленням і тертям у підшипниках.

Кінематичні співвідношення для системи з редукторним приводом, які описують кінематичний зв'язок між корисним навантаженням, двигуном та об'єктом-носієм, є такими:

$$\theta_{\text{л}} = \theta_{\text{л0}} + \theta_{\text{о}}; \quad \theta_{\text{д}} = \theta_{\text{д0}} + \theta_{\text{о}}; \quad \theta_{\text{д0}} = n\theta_{\text{л0}},$$

де $\theta_{\text{л0}}$ – орієнтація осі лінії візування відносно рухомої основи; $\theta_{\text{д0}}$ – орієнтація осі двигуна відносно рухомої основи; $\theta_{\text{о}}$ – кут нахилу основи відносно заданої системи відліку; наприклад, кут нахилу у площині горизонту; n – передатне число редуктора.

Основна відмінність між безредукторним приводом та приводом із трибовим редуктором полягає у впливі руху об'єкта на рух лінії візування для останнього випадку. Очевидно, що контур керування системи з трибовим редуктором має компенсувати вплив швидкості об'єкта, на якому встановлено систему, а також моментів збурення. Слід зазначити, що використання виконавчих механізмів з трибовою передачею супроводжується

появою люфтів та похибок унаслідок зчеплення трибів шестерні. Взагалі використання трибових передач в інерціальних стабілізованих платформах супроводжується низкою недоліків. Незалежно від того, який механізм використовується для досягнення необхідного передатного числа, реактивний момент виконавчого механізму із трибовою передачею являє собою момент збурення, який погіршує характеристики системи стабілізації. Крім того, у більшості випадків трибова передача призводить до додаткового тертя та появи резонансу у системі. Тому перевага має віддаватись безредукторним виконавчим механізмам, якщо це не суперечить вимогам до системи.

Стабілізація усієї системи та окремих її елементів. Хоча найпоширенішим способом інерціальної стабілізації є стабілізація корисного навантаження, встановленого на платформі, у деяких випадках використовують стабілізацію окремих елементів оптичних приладів, установлюваних у кардановому підвісі, як це показано на рис. 5. Порівняно із стабілізацією корисного навантаження цей підхід характеризується зменшенням габаритів та маси. Тим не менш, кінематика такої системи може бути досить складною. У деяких випадках цей підхід може доповнюватись стабілізацією усієї оптичної системи за однією з її осей.

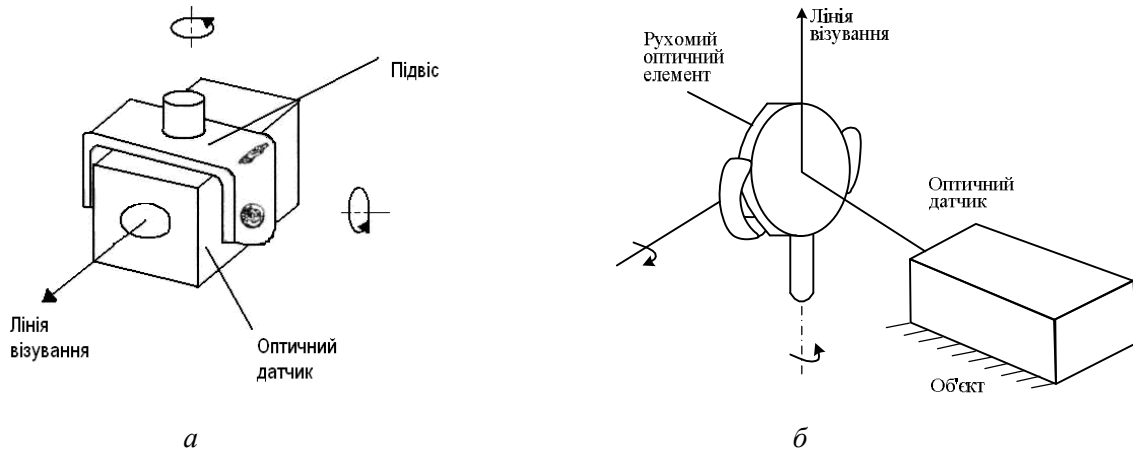


Рис. 5. Повна та часткова стабілізація: *a* – стабілізація оптичного датчика *б* – стабілізація окремого елемента оптичного датчика (дзеркала)

Задачі інерціальної стабілізації. Для постановки основних задач інерціальної стабілізації доцільно використовувати узагальнену систему стабілізації, структурну схему якої показано на рис. 6.

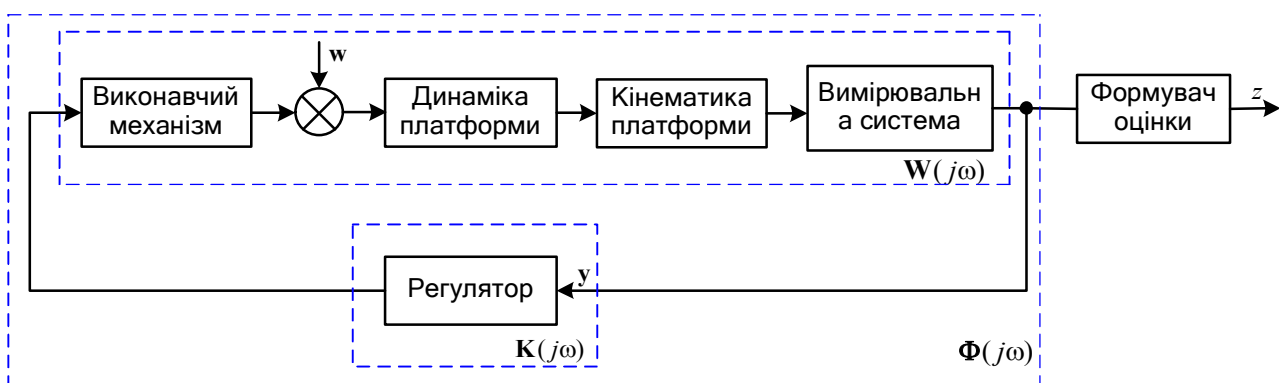


Рис. 6. Узагальнена структурна схема системи стабілізації: $W(j\omega)$ – передатна функція об'єкта з урахуванням виконавчого механізму та вимірювального пристрою; $K(j\omega)$ – передатна функція регулятора; $\Phi(j\omega)$ – передатна функція замкненої системи стабілізації; w – збурення; z – вектор виходу, за яким оцінюють якість стабілізації системи; u – вектор сигналів зворотного зв'язку; y – спостережуваний вектор виходу

Для систем інерціальної стабілізації корисного навантаження різного типу та навігаційних систем невисокої точності є актуальною задачею стабілізації регулятором заданої структури. Формалізована постановка задачі інерціальної стабілізації регулятором заданої структури може бути зведена до визначення регулятора $\mathbf{K}(j\omega)$, який забезпечує стійкість замкненої системи $\Phi(j\omega)$:

$$\mathbf{K}(j\omega) \in D, \quad D: \operatorname{Re} \{ \operatorname{eig}(\mathbf{I} + \mathbf{L}(j\omega)) \} < 0, \quad (1)$$

де $\mathbf{L}(j\omega) = \mathbf{K}(j\omega)\mathbf{W}(j\omega)$.

Для прикладних застосувань є актуальною задачею інерціальної стабілізації регулятором заданої структури за умови наявності деяких обмежень на параметри регулятора. Так, за умови використання ПД-регулятора $K(j\omega) = q_1 + q_2/(j\omega) + q_3(j\omega)$, на його коефіцієнти можуть бути накладені обмеження $a_i \leq q_i \leq b_i, i = 1, \dots, 3$, де $a_i, b_i, i = 1, \dots, 3$ деякі наперед задані значення, які визначають діапазон змінювання коефіцієнтів регулятора [10].

Для деяких застосувань є актуальними задачі статичної стабілізації за виходом та станом. У першій задачі розглядається система стабілізації у просторі станів,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (2)$$

де \mathbf{x} – вектор стану; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ – матриці системи, керування та спостереження; \mathbf{u} – вектор керувальних впливів; \mathbf{y} – вектор спостережень. При цьому необхідно знайти регулятор \mathbf{K} , який забезпечує стабілізацію за допомогою зворотного зв'язку $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y}$. З математичного погляду задача статичної стабілізації за виходом зводиться до визначення такої матриці \mathbf{K} , яка за заданих матриць $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ забезпечує стійкість матриці замкненої системи $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}$ [10]. У багатьох випадках розв'язання такої задачі є складним процесом. Тому доцільно шукати керування у вигляді $\mathbf{u} = \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}$, де $\hat{\mathbf{x}}$ – оцінка стану системи за спостережуваними виходами.

У задачі статичної стабілізації за станом за допомогою зворотного зв'язку можна забезпечити не лише стабілізацію, а й задане розміщення полюсів замкненої системи, що дозволить виконати вимоги, що ставляться до показників перехідного процесу, оскільки відомо, що ці показники залежать від розміщення коренів характеристичного рівняння системи у лівій півплощині комплексної змінної. Тут для системи (2) шукається регулятор вигляду $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}$. З математичного погляду зору задача статичної стабілізації за станом зводиться до визначення такої матриці \mathbf{K} , яка за заданих матриць \mathbf{A}, \mathbf{B} забезпечує стійкість матриці замкненої системи $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$ [10].

Зазвичай для прикладних застосувань доцільно розширити цю задачу, а саме розглядати матрицю \mathbf{K} як доповнення до деякої заданої структури регулятора, метою введення якого є стабілізація системи.

Останню задачу можна також звести до задачі матричної робастної стабілізації [10]. Якщо вважати, що на параметри регулятора накладені деякі обмеження $q \in Q$, наприклад вигляду $\{a_i \leq q_i \leq b_i, i = 1 \dots n\}$, то задача матричної робастної стабілізації зводиться до визначення матриці \mathbf{K} , для якої усі матриці вигляду $\mathbf{A}(q) + \mathbf{B}(q)\mathbf{K}, q \in Q$ є стійкими.

Для прикладних застосувань більш актуальною є постановка задачі, коли для системи, що складається з об'єкта стабілізації та регулятора і залежить від обмежень $q \in Q$ та коефіцієнтів \mathbf{h} (настроювальних параметрів), визначаються \mathbf{h}^* , для яких система є стійкою.

У наведених постановках задач немає критерію оптимальності і можливе отримання сукупності розв'язків, що задовольняють задані вимоги. Остаточний вибір розв'язку може ґрунтуватися на аналізі властивостей бажаної системи. Для систем інерціальної стабілізації до таких властивостей перш за все належать показники перехідних процесів, а саме:

перерегулювання, коливальність процесу, час приходу до усталеного стану. Крім того, для багатьох прикладних застосувань велике значення має певна властивість системи. Так, для платформних систем стабілізації блоків апаратури, установлюваних на наземних рухомих об'єктах, важливою характеристикою є жорсткість системи. Отже, в остаточному виборі розв'язку мають ураховуватись ці специфічні вимоги.

Наведені вище задачі стосувалися власне проблеми стабілізації. Але важливий не лише сам факт можливості стабілізації, а і її якість, тобто у задачі має розглядатись функціонал якості, вигляд якого визначається специфікою розв'язуваної проблеми. Інакше кажучи, умова стійкості замкненої системи є необхідною умовою функціонування системи стабілізації. У загальному випадку існує деяка множина стабілізуювальних керувань, і з-поміж них можна обрати керування, яке є оптимальним щодо деякого функціонала, який характеризує якість керування. Ця проблема зводиться до пошуку регуляторів, що забезпечують екстремум деякого функціонала. При цьому оптимізація здійснюється на різних допустимих множинах лінійних регуляторів довільної або заданої структури.

Якість процесів керування детермінованих систем широкого класу може бути охарактеризована інтегральним квадратичним показником якості [11]

$$J_d = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} + 2\mathbf{x}'\mathbf{N}\mathbf{u} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u})dt, \quad (3)$$

де \mathbf{Q} та \mathbf{R} – вагові матриці, що враховують вагу змінних стану та керувальних впливів відповідно; \mathbf{N} – матриця, яка характеризує вагові коефіцієнти при добутках відповідних змінних стану та керувальних впливів. Відомо [11], що квадратний корінь з виразу (2) являє собою H_2 -норму динамічної системи. Квадратичний показник якості для стохастичних систем та сигналів можна подати у вигляді

$$J_s = M[\mathbf{x}'\mathbf{Q}\mathbf{x} + 2\mathbf{x}'\mathbf{N}\mathbf{u} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u}],$$

де M – математичне сподівання, яке визначається усередненням за ансамблем [11].

Задача детермінованої оптимальної стабілізації може бути сформульована у такий спосіб. Необхідно знайти регулятор $\mathbf{K}(j\omega)$, який стабілізує систему, та визначити параметри регулятора заданої структури \mathbf{k} , для яких показник якості (3) набуває найменшого значення за умови виконання (1):

$$\mathbf{k}^* = \arg \inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} J_d(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{k}).$$

Якщо в математичному описі задачі є невизначеність, тобто

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(q)\mathbf{x} + \mathbf{B}(q)\mathbf{u} \quad q \in Q,$$

де Q – невизначеність деякого типу, то виникає задача робастної стабілізації, у якій регулятор заданої структури забезпечує гарантоване значення показника якості для $q \in Q$ [10].

У деяких прикладних застосуваннях множини допустимих регуляторів доцільно формувати таки чином, щоб корені відповідного характеристичного рівняння розміщувалися у заданій ділянці лівої півплощини комплексної змінної. При цьому виникає задача модальної оптимальної стабілізації, яка може бути сформульована у такий спосіб. Для системи, поданої у просторі станів рівняннями (2), знайти регулятор заданої структури $\mathbf{u} = \mathbf{K}(j\omega, \mathbf{h})\mathbf{y}$, де \mathbf{h} – вектор настроювальних параметрів. Функціонал цієї задачі можна задати як $J_d(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{h})$. Тоді задачу модальної оптимальної параметричної оптимізації визначають як задачу пошуку настроювальних параметрів оптимального регулятора $\mathbf{u} = \mathbf{K}(j\omega, \mathbf{h})\mathbf{y}$ і формулюють у такий спосіб: знайти \mathbf{h}^* , $h \in \Omega_h$, що мінімізує функціонал $J_d(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{h})$. Розв'язок задачі знаходять як

$$\mathbf{h}^* = \arg \inf_{\mathbf{h} \in \Omega_h} J_d(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{h}),$$

де Ω_h – множина допустимих значень настроювальних параметрів, для яких корені характеристичного рівняння замкненої системи стабілізації знаходяться у заданій ділянці лівої півплощини комплексної змінної.

Натепер існують численні функціонали якості керування взагалі та стабілізації зокрема. Для деяких задач як функціонали якості можуть використовуватись норми. Одним із сучасних підходів до формалізації поняття якості стабілізації є використання матричних норм для оцінювання передатних функцій замкненої системи. Норми передатних матриць дозволяють оцінювати величину вихідних сигналів системи для вхідних сигналів заданого класу. Якщо такими вхідними сигналами є зовнішні збурення, то норми визначатимуть рівень їх придушення. При цьому проблему оптимальної стабілізації можна звести до вибору регулятора, який забезпечує мінімальну норму замкненої системи. Тоді узагальнену формалізовану постановку задачі придушення збурень можна сформулювати у вигляді [12]:

$$J_H(\mathbf{K}) = \|\Phi(j\omega, \mathbf{K})\|, \quad (4)$$

$$\mathbf{K}^* = \arg \inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} J_H(\mathbf{K})$$

за умови виконання (1).

Тип конкретної задачі залежить від вибору норми у виразі (4). Так, для H_2 -норми типовою є задача LQG-оптимального синтезу, для H_∞ -норми – задача H_∞ -оптимального синтезу. Відомі також задачі використання вищезгаданих норм для передатних матриць з ваговими коефіцієнтами $HS(j\omega)$, де $S(j\omega)$ – матрична вагова передатна функція. Такий підхід можна застосовувати до задач середньоквадратичного оптимального синтезу. Слід зазначити, що LQG-задача може бути еквівалентною задачі H_2 -оптимізації за деяких умов, а саме, якщо за збурення приймається білий стаціонарний шум з некорельованими компонентами одиничної інтенсивності. Тоді буде виконуватись співвідношення

$$\inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} J_H(\mathbf{K}) = \inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} \|\Phi_z^w\|_2^2.$$

де $J_H(\mathbf{K})$ є функціонал якості LQG-задачі в усталеному режимі

$$J_H(\mathbf{K}) = \lim_{t \rightarrow \infty} M\{tr[\mathbf{z}(t)\mathbf{z}'(t)]\}.$$

Норми H_2 та H_∞ можуть бути визначені за такими співвідношеннями [11]:

$$\|\Phi(j\omega)\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} tr[\Phi'(-j\omega)\Phi(j\omega)]d\omega}, \quad \|\Phi(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in (0, \infty)} \bar{\sigma}(\Phi(j\omega)),$$

де $\bar{\sigma}$ – максимальне сингулярне число матриці $\Phi(j\omega)$ на заданій частоті.

Відповідно до рис. 6 передатна функція від збурення \mathbf{w} до контрольованого виходу \mathbf{z} може бути позначена як $\Phi_z^w(\mathbf{W}, \mathbf{K})$. Тоді задачею H_∞ -оптимізації є визначення такого регулятора \mathbf{K} , який би мінімізував $\|\Phi_z^w(\mathbf{W}, \mathbf{K})\|_\infty$, задачею H_2 -оптимізації відповідно є мінімізація норми $\|\Phi_z^w(\mathbf{W}, \mathbf{K})\|_2$. При цьому оптимальний регулятор обирається з множини усіх регуляторів, що забезпечують стійкість замкненої системи $\Phi(\mathbf{W}, \mathbf{K})$.

Для формулювання задачі найкращого заглушення збурень можна вводити оцінку якості процесу керування і на підставі норм вихідного векторного сигналу. Але такі задачі потребують інформації про характеристики вектора вхідних впливів, що значно звууже коло їх можливого застосування. Що стосується норм матриць передатних функцій, то для розв'язання задачі інерціальної стабілізації доцільно використовувати H_∞ -норму, оскільки H_2 -норма неефективна для систем із значною коливальністю та за умови наявності

резонансів. Останнім часом набуває поширення γ -оптимальне керування. За такого підходу регулятор забезпечує стабілізацію об'єкта та деяке задане значення γ для H_∞ -норми замкненої передатної функції. У цій задачі γ називається рівнем толерантності. При цьому знаходять не оптимальний, а субоптимальний розв'язок. Тобто йдеться про визначення сім'ї субоптимальних регуляторів, які забезпечують виконання умови $H_\infty < \gamma$. З урахуванням цього підходу задача інерціальної стабілізації для системи, на яку діють збурення, за умови виконання (1) може бути сформульована у два способи

$$J_H = \|\Phi(j\omega, \mathbf{K})\|_\infty \rightarrow \inf, \text{ або } J_H = \|\Phi(j\omega, \mathbf{K})\|_\infty < \gamma.$$

Але найбільшої ефективності процесів стабілізації можна досягти за умови поєднання H_2 - та H_∞ -оптимізації, тобто використання змішаної H_2/H_∞ оптимізації. При цьому може бути синтезована система оптимальної квадратичної якості, яка є пристосованою для функціонування в умовах найгіршого збурення. У цій задачі доцільно використовувати комплексний критерій якості [13] $J_{H_2/H_\infty}(\mathbf{K}) = \lambda_d J_d^2 + \lambda_s J_s^2 + \lambda_\infty \|\Phi(j\omega)\|_\infty$, де λ_d, λ_s – вагові коефіцієнти показників якості; λ_∞ – ваговий коефіцієнт показника робастності. Тоді постановка задачі H_2/H_∞ оптимальної стабілізації за умови виконання (1) буде такою:

$$\mathbf{K}^* = \arg \inf_{\mathbf{K}(j\omega) \in D} J_{H_2/H_\infty}(\mathbf{K}).$$

Такий підхід до постановки задачі називають багатоцільовим, оскільки він дозволяє віднайти компроміс між різними суперечливими цілями [14].

Задача стеження. Структурну схему системи стеження показано на рис. 7.

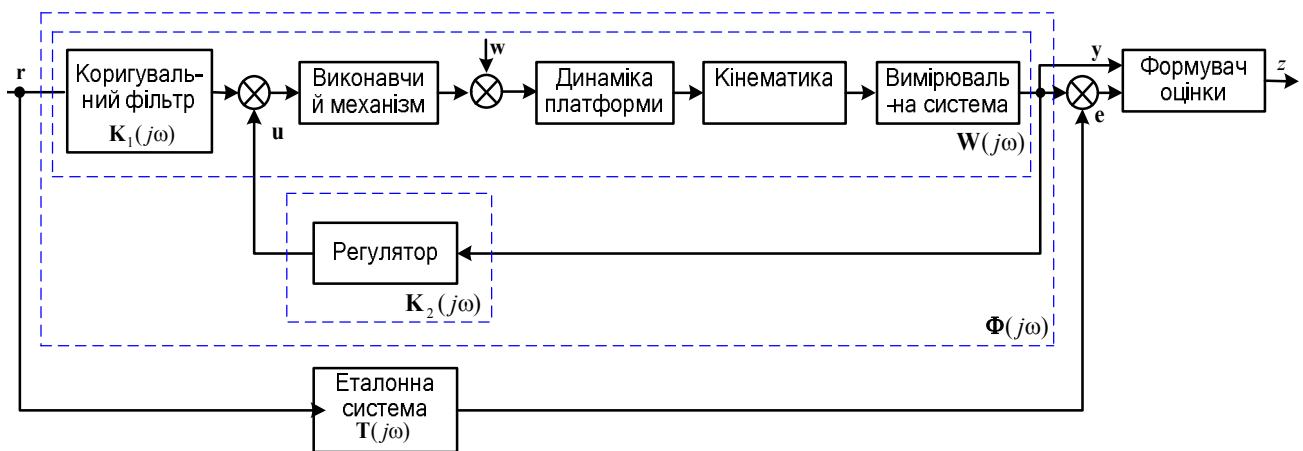


Рис. 7. Структурна схема системи стеження: $\mathbf{W}(j\omega)$ – передатна функція об'єкта стабілізації з урахуванням виконавчого механізму та вимірювальної системи; $\mathbf{K}_1(j\omega)$ – передатна функція коригувального фільтра, $\mathbf{K}_2(j\omega)$ – передатна функція регулятора зворотного зв'язку; $\Phi(j\omega)$ – передатна функція замкненої системи; \mathbf{w} – збурення; \mathbf{z} – вектор виходу, за яким оцінюється якість процесу стабілізації; \mathbf{u} – вектор сигналів зворотного зв'язку; \mathbf{y} – спостережуваний вектор виходу; \mathbf{e} – вектор похибки; $\mathbf{T}(j\omega)$ – передатна функція еталонної системи

У задачі стеження сигнал \mathbf{y} , який є вихідним сигналом об'єкта $\mathbf{W}(j\omega)$, відстежує сигнал \mathbf{r} . Для забезпечення стабілізації об'єкта і стеження за сигналом \mathbf{r} використовується регулятор $\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2]$. Похибка стеження визначається виразом $\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{y}$. За умови (1) задача стеження з використанням H_∞ оптимізації може бути сформульована у такий спосіб

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_z^w(j\omega) \\ [\mathbf{I} - \mathbf{W}(j\omega)\mathbf{K}_2(j\omega)]^{-1} \mathbf{W}(j\omega)\mathbf{K}_1(j\omega) - \mathbf{T}(j\omega) \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \leq \gamma.$$

Висновки. Розглянуто стан сучасної проблематики інерціальної стабілізації та охарактеризовано основні задачі інерціальної стабілізації.

Список літератури

1. *Пельпор Д. С.* Гироскопические системы ориентации и навигации. – М.: Машиностроение, 1982. – 165 с.
2. *Блохин Л. Н.* Оптимальные стабилизаторы: учеб. пособие / Л. Н. Блохин, А. А. Туник – К.: КИИГА, 1983. – 44 с.
3. *Ривкин С. С.* Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. – М.: Наука, 1978. – 1978. – 320 с.
4. www.nssn.org. R. Curey, M. Ash, L. Thielman, C. Burkner. Proposed Inertial Systems Terminology Standard and Other Inertial Sensor Standards /
5. *Hilkert J. M.* Inertially stabilized platform technology/IEEE Control Systems Magazine. – #1.–Vol.28. – 2008. – P. 26 – 46.
6. *Masten M. K.* Inertially stabilized platforms for optical imaging systems/ IEEE Control Systems Magazine. – #1. – Vol. 28. – 2008. – P. 47 – 64.
7. *D. Debruin* Control systems for mobile satcom antennas IEEE Control Systems Magazine – #1. Vol.2. – 2008. – P. 86 – 107.
8. *Wang H. G.* Strategic inertial navigation systems/ IEEE Control Systems Magazine / H. G. Wang, T. C. Williams – #1. – Vol. 28. – 2008. – P. 65 – 85.
9. *Лурье А. И.* Аналитическая механика. – М.: Госиздат, 1961. – 822 с.
10. *Поляк Б. Т.* Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению / Автоматика и телемеханика / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – № 5. 2005. – С. 7 – 46.
11. *H. Kwakernaak.* Robust Control and H_{∞} // Optimization. Automatica, Vol.29. – No.2. – 1993. – P. 255 – 273.
12. *Веремей Е. И.* Введение в современные методы оптимизации систем управления. / <http://matlab.exponenta.ru/optimrobust/book1/Index.php>.
13. *Tunik A. A.* Parametric Optimization Procedure for Robust Flight Control System Design. KSAS International Journal / A. A. Tunik, H. Rye, H. C. Lee – Vol.2. – No.2. – Nov.2001. – P. 95 – 107.
14. *C. Scherer* Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization. IEEE Transaction on Automatic Control / C. Scherer, P. Gahinet, M. Chilali Vol.42. – No7 – 1997 – P. 896 – 911.

О. А. Сущенко, А. А. Туник

Современные задачи инерциальной стабилизации информационно-измерительных систем

Рассмотрено состояние современной проблематики инерциальной стабилизации информационно-измерительных систем и определены ее основные задачи. Приведена классификация систем инерциальной стабилизации и формализованные постановки основных задач инерциальной стабилизации и слежения.

О. А. Sushchenko, А. А. Tunik

Modern tasks of inertial stabilization for data-measuring system

Status of the modern problems of inertial stabilization for data-measuring system is considered. The basic tasks of the inertial stabilization are defined. Classification of the inertial stabilization systems and formalized statements of the basic tasks of inertial stabilization and tracking are represented.